



**FH Bielefeld**  
University of  
Applied Sciences



*Angewandte Mathematische Modellierung & Optimierung*

**AMMO – Berichte aus Forschung und Technologietransfer**

# **Entwicklung einer Dispatcherfunktion zur Überprüfung von Nominierungsmengen in der Betriebsführung von Erdgasspeichern**

Prof. Dr. sc. tech. Dr. rer. nat. R. Ueckerdt

Dr.-Ing. H.-W. Schmidt

B. Sc. M. Weber und B. Sc. E. Mindlina

**Elpro**



Gefördert durch:

Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie

aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages

Heft Nr. 3

Juli 2014

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Sondenproblematik</b> .....	<b>3</b>
<b>2.1. Aufgabenstellung</b> .....	<b>3</b>
<b>2.2. Aufbau einer Sonde</b> .....	<b>3</b>
<b>2.3. Sondentest</b> .....	<b>4</b>
<b>2.4. Auswertung von Tests</b> .....	<b>5</b>
<b>2.5. Leistungskurven für die Ausspeisung</b> .....	<b>6</b>
<b>2.6. Parameteridentifikation</b> .....	<b>7</b>
2.6.1 Punkteverfahren .....	8
2.6.2 Verfahren mit 4 Gasraten .....	10
2.6.3 Methode der kleinsten Quadrate .....	12
<b>2.7. Algorithmus zur Leistungsfaktorprognose</b> .....	<b>14</b>
<b>3. Modellierung von Übergangsprozessen in Untergrundgasspeichern</b> .....	<b>18</b>
<b>3.1. Speicherproblematik</b> .....	<b>18</b>
<b>3.2. Modellierung der Speicherdynamik</b> .....	<b>20</b>
3.2.1 Suche nach geeigneten Approximationsfunktionen .....	20
3.2.2 Parameteridentifikation mit der gebrochen - rationalen Funktion .....	25
<b>4. Ausblick</b> .....	<b>30</b>
<b>5. Literatur</b> .....	<b>31</b>
<b>6. Autoren und Kontakten</b> .....	<b>32</b>
<b>6.1. Autoren</b> .....	<b>32</b>
<b>6.2. Kontaktdaten</b> .....	<b>32</b>

Die Publikation entstand im Rahmen des FuE-Vorhabens:

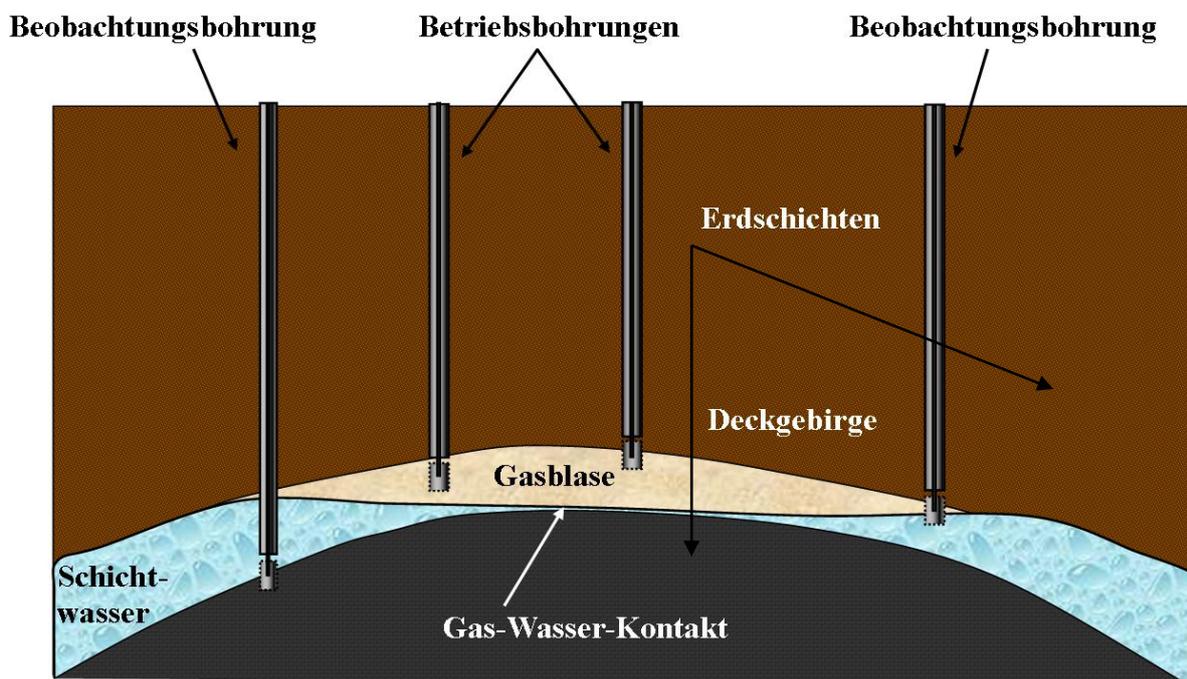
Entwicklung einer Dispatcherfunktion zur Überprüfung von Nominierungsmengen in der Betriebsführung von Erdgasspeichern mit den Teilprojekten *Dispatcher* und *GasDyn*.

## 1. Einleitung

Unter einem Untergrundgasspeicher versteht man eine mit Gas gefüllte Erdlagerstätte. Etwa 20 % der in Deutschland verbrauchten Erdgas Mengen stammen aus heimischen Erdgaslagerstätten. Mehr als 80 % müssen leitungsgebunden über lange Strecken importiert werden. Verbrauchernah gelegene Untergrundgasspeicher sind deshalb wichtig für zuverlässige Gaslieferungen. Sie sind einer der wesentlichen Sicherheitsfaktoren für eine reibungslose und störungsfreie Belieferung der Abnehmer, unabhängig von jahreszeitlichen Bedarfsschwankungen und auch unabhängig von Störungen in der Gasproduktion. Die Gasspeicher stellen einen Puffer zwischen den Gasproduzenten und den Verbrauchern dar.

Man unterscheidet im Wesentlichen drei Arten von Erdgasspeichern: Porenspeicher, Kavernenspeicher und Speicher in aufgelassenen oder künstlich angelegten Grubenräumen.

Beim Porenspeicher wird das Erdgas in den Poren eines Speichergesteins, meist Sandstein, gelagert. Als Speicher werden auch ausgeförderte Erdgasfelder oder andere geeignete, ursprünglich nicht gasgefüllte Speicherschichten verwendet, aus denen Wasser durch eingepresstes Erdgas verdrängt wird. Es handelt sich um einen Aquiferspeicher, wie in Abb.1-1 dargestellt.



**Abbildung 1-1 Aquiferspeicher – Schematischer Aufbau**

Diese Speicher enthalten nach [Sedlacek 2009] in Deutschland rund 13,2 Mrd. m<sup>3</sup> Erdgas. Im Gegensatz dazu sind Kavernenspeicher unterirdische Hohlräume, die im Salzgestein durch Aussolen geschaffen werden. Diese Hohlräume sind zylinderförmig und können bis zu 80 Meter Durchmesser haben und zwischen 50 und 400 Meter hoch sein. Die Speicherge-

steinsschichten und Kavernen liegen mehrere hundert Meter unter der Erdoberfläche, zum Teil in Tiefen bis zu 2.500 Metern. In Deutschland befinden sich ca. 11 Mrd. m<sup>3</sup> Gas in Kavernenspeichern.

Viele Aquiferspeicher werden als Grundlastspeicher betrieben, d.h. es gibt einen festen Zeitbereich im Jahr für die Einspeisung und einen für die Ausspeisung. Unter der Ausspeisung versteht man die Entnahme des Gases aus einem Speicher und das Reinpressen des Gases in die Erdschichten nennt man entsprechend Einspeisung. Ein Speicher kann als Spitzenspeicher betrieben werden, wenn geeignete geologische Bedingungen vorliegen. Das bedeutet, dass in der Betriebsführung der Speicher keine festen Injektion- und Entnahmekylen eingehalten werden. Diese Gasspeicher erfahren eine zunehmende Bedeutung durch die Liberalisierung des Gasmarktes, indem sie verstärkt zum kurzfristigen An- und Verkauf von Erdgas genutzt werden können. Ein Dispatcher erhält von seinen Kunden diesbezügliche Anforderungen und soll überprüfen, ob er dieses Gas liefern bzw. einspeisen kann. Diese Einschätzung wird mangels besserer Möglichkeiten auf Basis von Erfahrungen des Dispatchers getroffen und der Handel dementsprechend vereinbart. Damit können Reserven im Untergrundspeicher nicht immer effektiv genutzt werden. Es sollten verschiedene Aufgaben gelöst werden, um dieses Verfahren verbessern zu können. Zwei davon werden im Rahmen dieser Arbeit untersucht und Lösungsansätze diskutiert.

Der erste Teil befasst sich mit der Optimierung der Ein- und Ausspeiseprozesse und enthält einen Algorithmus für die notwendigen Berechnungen. Der Schwerpunkt liegt dabei in der Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Sonden. Unter eine Sonde versteht man eine Bohrung mit zugehörigen Ausrüstungen zur Förderung von Erdgas. Die Grundlagen zu diesem Thema werden im zweiten Abschnitt erläutert. Dort wird auf die Sondenproblematik, die Sondenmodellierung und die Modellselektion mit Hilfe der dazu entwickelten Parameteridentifikation eingegangen.

Ein weiterer Abschnitt zum zweiten Teilproblem beinhaltet die Lösungsansätze zur Modellierung der Speicherdynamik. Der Kern dieser Untersuchungen besteht in der Modellbildung der Ausgleichsprozesse in den Ruhephasen eines Speichers. Es werden Modelle insbesondere für die stattfindenden dynamischen Ausgleichsprozesse im Speicher vorgestellt und die Anpassung der Modelle über im Betriebszustand gewonnene Messdaten des Speichers beschrieben. Es werden Funktionsansätze diskutiert und Anwendungsbeispiele vorgestellt.

## 2. Sondenproblematik

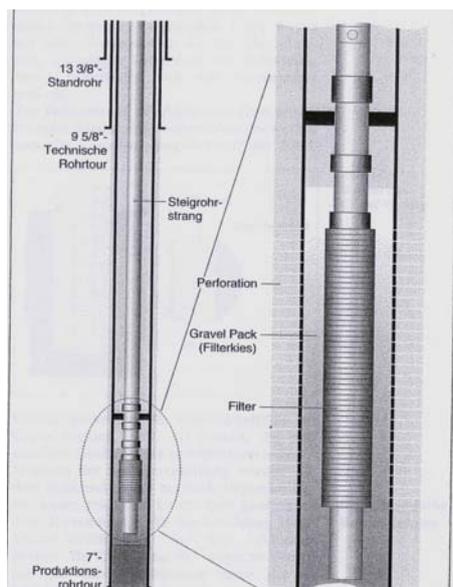
### 2.1. Aufgabenstellung

An den Betreiber der Erdgasspeicher wird, um auf dem Markt bestehen zu können, die Anforderung gestellt, gewünschte Leistungen schnell und effektiv zu erbringen. Die Speicherleistung wird von verschiedenen Faktoren beeinflusst. Einer davon ist die Leistungsfähigkeit jeder einzelnen Sonde. Die Ermittlung der Leistungsfähigkeit einer Sonde basiert gegenwärtig auf einem Sondentest. Der Sondentest dient der Erfassung und Berechnung von Sonden- und Schichtparametern. Das Testen einer Sonde ist ein relativ aufwendiges Verfahren, bei dem teure Messgeräte eingesetzt werden. Ein Nachteil der Sondentests liegt, wie bereits erwähnt, darin, dass an den Testtagen die Sonden dem Betrieb nicht zur Verfügung stehen.

Die Zielstellung der Untersuchungen bestand darin, ein Verfahren zu entwickeln, mit dem man die Anzahl der nötigen Tests zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Sonden einschränken kann. Mit diesem Verfahren sollen die nötigen Parameter für das Sondenmodell auf Basis vorliegender Messwerte, die online während des Betriebes ständig anfallen, identifiziert werden.

### 2.2. Aufbau einer Sonde

Zur Veranschaulichung des geschilderten Problems wird auf den prinzipiellen Aufbau einer Sonde eingegangen. In Abbildung 2-1 links ist der unterirdische Sondenteil dargestellt. In der



Mitte der Sonde befindet sich einen Steigrohrstrang, durch den das Gas strömt. Die weiteren abgebildeten Rohre schützen das Innere der Bohrung. Dafür wurden Schichten zwischen den Rohren mit Zement gefüllt. Am unteren Teil des Steigrohrs befindet sich ein Filter, das eine Schutzfunktion hat. Da das Gas mit hohem Druck ausgespeist wird, können Sand, Schlamm und Mikroorganismen nach oben transportiert werden. Um dies zu verhindern, wird ein Filter, rechts in der Abbildung dargestellt, eingebaut. Rund um den Filter befindet sich Filterkies, der zusätzlichen Schutz bietet. Löcher, Perforationen, die im Außenrohr eingebracht sind, ermöglichen die Bewegung des Gases.

Abbildung 2-1 Aufbau einer Sonde

Ein wichtiger Faktor, von dem die Leistung einer Sonde abhängt, ist die Durchlässigkeit des Filters. Ein verschmutzter Filter verhindert den barrierefreien Durchfluss des Gases und kann erhebliche Schäden an der Anlage selbst verursachen. Deswegen soll rechtzeitig entschieden werden, ob eine Intensivierung, d.h. eine Maßnahme für die Säuberung des Filters zum Beispiel durch den Einsatz von Säuren durchgeführt werden soll.

Der Zustand des Filters wird durch einen Sondentest festgestellt.

### 2.3. Sondentest

In diesem Abschnitt wird auf den Sondentestverlauf eingegangen. Für die Durchführung des Tests benötigt man ein Tiefenmessgerät. Bei Ruhe wird am Sondenkopf, des über der Erdoberfläche stehenden Teils der Sonde, eine Schleuse aufgesetzt und das Gerät in die Sonde herabgelassen. Die Werte von Bohrlochsohlenruhedruck und -temperatur werden registriert. Es wird vorausgesetzt, dass der Speicherdruck während der gesamten Testzeit konstant bleibt. Danach werden mehrere unterschiedliche Regime des Ein- oder Ausspeisens gefahren. Ein Regime ist dabei ein Bereich mit annähernd konstanter Gasrate. Bei jedem Regime erfasst man die Druck- und Temperaturwerte an der Bohrlochsohle und am Sondenkopf. Während der Regime und natürlich auch beim Übergang zum nächsten Regime werden die Druckwerte erfasst.

In der Abbildung 2-2 sind wichtige Bestandteile einer Sonde und die Orte von Messgrößen schematisch dargestellt.

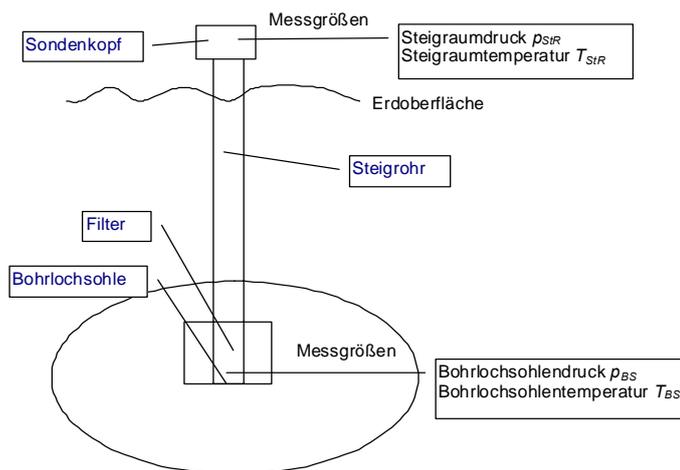


Abbildung 2-2 Orte von Messstellen an einer Sonde

Es werden verschiedene Strömungsvorgänge beobachtet. Man spricht von stationären Strömungen, wenn der Strömungsvorgang sich zeitlich annähernd konstant verhält. Stationäre Vorgänge treten beim Test auf, wenn die Förderung mit konstantem Volumen-

strom über längere Zeit betrieben wird. Instationäre oder nichtstationäre Strömungen treten als Übergangs- oder Ausgleichsvorgang auf, z. B. als Druckaufbau nach der Beendigung der Förderung aus einer Gassonde. Der Druck verändert sich in diesem Fall im Laufe der Zeit.

## 2.4. Auswertung von Tests

Mit Hilfe eines Leistungstests wird das Förderverhalten der Gassonde bestimmt, das heißt, es wird die Abhängigkeit zwischen Förderrate und Druck gemessen und ausgewertet.

Bei der Testauswertung wird die zweigliedrige Formel, die auch als Minsky - Gleichung bekannt ist, verwendet:

$$p_{BS-R}^2 - p_{BS-F}^2 = a \cdot Q + b \cdot Q^2 \quad (\text{bei der Ausspeisung}), \quad (1)$$

$$p_{BS-F}^2 - p_{BS-R}^2 = a \cdot Q + b \cdot Q^2 \quad (\text{bei der Einspeisung}), \quad (2)$$

wobei  $Q$  - der Gasvolumenstrom,  $a$ ,  $b$  – die Filterkoeffizienten (auch als Minsky - Koeffizienten oder Leistungskoeffizienten bezeichnet),  $p_{BS-F}$  – der Bohrlochsohlenfließdruck und  $p_{BS-R}$  – der Bohrlochsohlenruhedruck sind.

Für die Auswertung von Ergebnissen eines Tests wird zum Beispiel die Gleichung (1) in der Geradendarstellung für die Bestimmung der Filterkoeffizienten  $a$  und  $b$  verwendet:

$$f(Q) = \frac{p_{BS-R}^2 - p_{BS-F}^2}{Q} = a + b \cdot Q \quad (3)$$

Die einzelnen Messpunkte  $(Q, f(Q))$  mit  $f(Q) = \frac{p_{BS-R}^2 - p_{BS-F}^2}{Q}$  werden grafisch dargestellt und durch eine Ausgleichsgerade approximiert. Somit sind  $a$  der Ordinatenabschnitt und  $b$  die Steigung dieser Geraden.

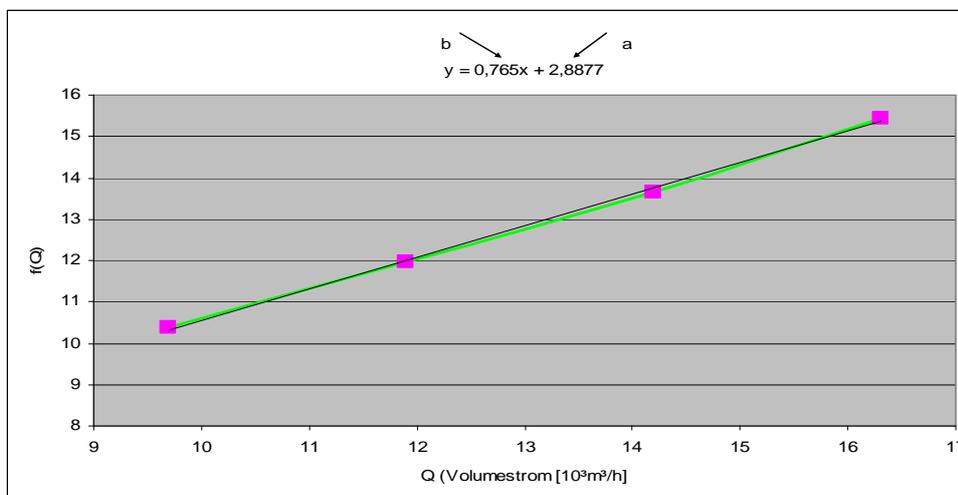


Abbildung 2-3 Minsky-Gerade

Anhand der Ergebnisse der Sondentests und der Minsky - Auswertung lassen sich die Leistungskurven für Ein- und Ausspeisungsvorgänge approximieren.

## 2.5. Leistungskurven für die Ausspeisung

Die Strecke, die das Gas von der Bohrlochsohle einer Sonde bis zur Ferngasleitung durchfließt, wird in mehrere Abschnitte untergliedert und deren Druckbilanzen werden abhängig von der Gasrate  $Q$  beschrieben:

### Strecke zwischen Speicherschicht und Bohrlochsohle

$$p_{BS-R}^2 - p_{BS-F}^2 = a \cdot Q + b \cdot Q^2, \quad (4)$$

### Strecke zwischen Bohrlochsohle und Sondenkopf

$$p_{BS-F}^2 - p_{STR-F}^2 \cdot e^{2S} = \Theta_{\text{vertikal}} \cdot Q^2, \quad (5)$$

wo  $\Theta_{\text{vertikal}}$  - der Reibungsbeiwert der Sonde unter der Erde (Maß für den Strömungswiderstand im Rohr) ist und  $S$  für das Gewicht der Gassäule im Rohr steht.

**Strecke zwischen Sondenkopf und Obertageanlage** (Gesamtbegriff für die Stationen, die das Gas nach der Ausspeisung oder vor der Einspeisung durchfließt)

$$p_{STR-F}^2 - p_{OTA}^2 = \Theta_{\text{horizontal}} \cdot Q^2, \quad (6)$$

wo  $\Theta_{\text{horizontal}}$  der Reibungsbeiwert der Gasleitung oberhalb der Erde ist.

Die Gleichungen lassen sich zu

$$p_{BS-R}^2 - p_{OTA}^2 \cdot e^{2S} = \Theta_{\text{Komplex}} \cdot Q^2$$

mit

$$\Theta_{\text{Komplex}} = \Theta_{\text{vertikal}} + \Theta_{\text{horizontal}} \cdot e^{2S}$$

und letztlich zu

$$p_{BS-R}^2 - p_{OTA}^2 \cdot e^{2S} = a \cdot Q + (b + \Theta_{\text{Komplex}}) \cdot Q^2 \quad (7)$$

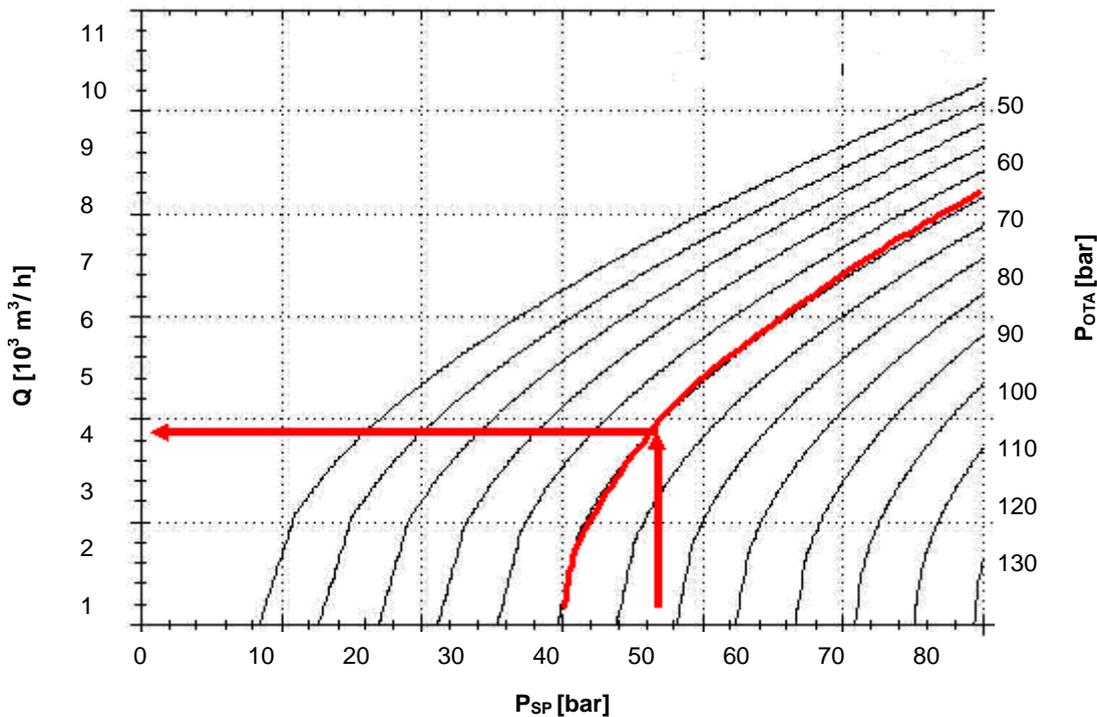
zusammenfassen.

Nach weiterer Umstellung erhält man:

$$Q = \frac{\sqrt{a^2 + 4 \cdot (b + \Theta_{\text{Komplex}})(p_{BS-R}^2 - p_{OTA}^2 \cdot e^{2S})} - a}{2 \cdot (b + \Theta_{\text{Komplex}})}. \quad (8)$$

Dieser Ausdruck wird verwendet, um die Leistungskurven für die jeweilige Sonde grafisch darzustellen. Dazu wird die Tabelle für  $Q = f(p_{BS-R}, p_{OTA})$  mit  $p_{OTA} < p_{BS-R}$  berechnet. Diese wird dann als Kurvenschar  $Q = f(p_{BS-R})$  für unterschiedliche  $p_{OTA}$  dargestellt.

Dieses Diagramm ermöglicht die Aussage, welche Rate  $Q$  eine Sonde bei einem bestimmten im Speicher befindlichen Druck  $p_{SP}$  liefern kann, wenn ein festgelegter Druck  $p_{OTA}$  an der Obertageanlage (OTA) eingehalten wird.



**Abbildung 2-4 Leistungskurve einer Sonde für die Ausspeisung**

Nach gleichem Vorgehen wie bei der Ausspeisung werden die Formeln für die Einspeisung aufgestellt. Der Unterschied liegt in den unterschiedlichen Vorzeichen von  $Q$  in den beiden Fällen.

## 2.6. Parameteridentifikation

Bei den Untersuchungen ging es hauptsächlich um die Ermittlung der Minsky - Parameter  $a$  und  $b$ , die für die Berechnungen möglicher Volumenströme benötigt werden. Wichtig war dabei, ohne die Untertagewerte wie Bohrlochsohlenruhedruck, Temperatur und Reibung zu kennen, mit den gemessenen Obertagewerten (online Daten) während der Ein-/Ausspeisung auf die Parameter  $a$  und  $b$  schließen zu können.

In den folgenden Abschnitten werden die getesteten Methoden dargestellt.

### 2.6.1 Punkteverfahren

Mit einem Punkteverfahren wurde untersucht, wie nah Punkte, die mit den online Daten berechnet werden, an der Minsky - Indikatorkurve liegen, um Aussagen über die Änderung der Parameter  $a$  und  $b$  treffen zu können.

Bei dieser Untersuchung wurde angenommen, dass der Bohrsohlenruhedruck  $p_{BS-R}$  einer ausgewählten Sonde dem Speicherdruck entspricht. Die ausgewählte Sonde bleibt immer geschlossen und die dort registrierten Druckwerte werden als Repräsentanten für den ganzen Speicher verwendet. Damit kann angenommen werden, dass der Bohrsohlenruhedruck dieser Sonde dem Speicherdruck nahe kommt.

Mit dem Punkteverfahren ist folgende Vorgehensweise verbunden. In den Gesamtspeicherdaten wird nach einem Speicherdruck gesucht, der näherungsweise dem  $p_{BS-R}$  aus den Sondentestdaten gleicht. Dabei ist es wichtig, die Zeit und den Tag zu notieren, weil sie für die Suche nach dem Steigraumfließdruck in den online Daten benötigt werden. In dem festgehaltenen Zeitabschnitt wird der Steigraumfließdruck in den online Daten abgelesen. Der Druck soll dem Steigraumfließdruck aus dem Sondentest ähneln. Danach kann der dem Steigraumfließdruck entsprechende Bohrsohlenfließdruck in den Testdaten bestimmt werden. Nachdem alle Daten zusammengestellt wurden, können die Punkte nach der Vorschrift

$$f(Q) = \frac{p_{BS-R}^2 - p_{BS-F}^2}{Q}$$

berechnet und zusammen mit der Minsky - Kurve grafisch dargestellt

werden. Es wird ausgewertet, wie weit die einzelnen Punkte von der Geraden abweichen. Wenn der Punkt an der Geraden oder in der Nähe liegt, dann wird geschlussfolgert, dass die Parameter  $a$  und  $b$  sich seit dem Test nicht wesentlich verändert haben und noch repräsentativ für das Verhalten der Sonde sind.

#### Beispiel mit Ausgangsdaten für das Jahr 2006:

Der Wert aus einem Sondentest war  $p_{BS-R} = 84,085$  bar

Speicherdaten

Zeitgleiche online Daten einer Sonde

Speicherdruck	$p_{STR-F}$	Q
84,086	77,145	12,958
84,053	77,114	13,050
84,086	77,084	12,983
84,053	77,145	12,810
84,053	77,145	12,976
84,053	77,114	13,089

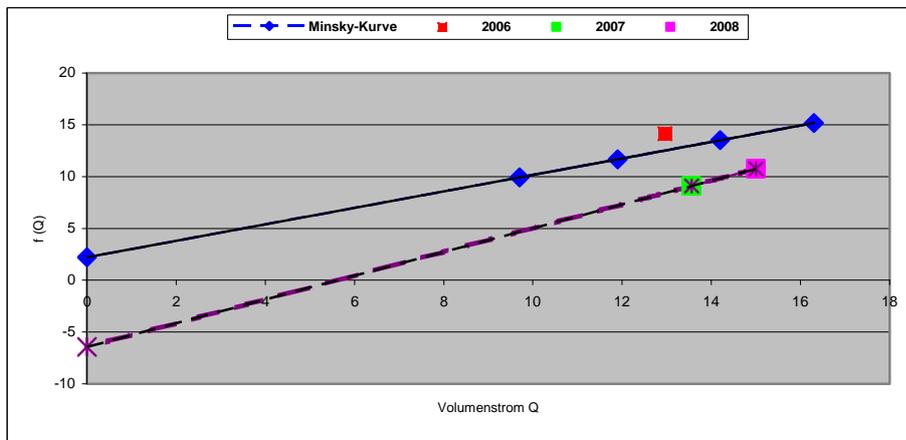
Der Wert  $p_{STR-F} = 77,145$  bar entspricht annähernd dem Wert  $p_{STR-F} = 77,183$  bar aus dem Test.

Der zugehörige Wert für  $p_{BS-F}$  sind 82,99 bar.

Berechnung des zugehörigen Punktes zu diesem Wert:

$$f(Q) = \frac{p_{BS-R}^2 - p_{BS-F}^2}{Q} = \frac{84,086^2 - 82,99^2}{12,958} = 14,129$$

Die Koordinate (12,958; 14,129) ist als roter Punkt in der Abbildung 2-5 zu sehen. Die Gerade wurde aus dem Sondentest übernommen. Analog werden die weiteren Koordinaten für die Daten aus den Jahren 2007 und 2008 berechnet und in der gleichen Grafik 2-5 abgebildet.



**Abbildung 2-5 Minsky-Gerade und der berechnete Punkt**

Die Daten für den roten Punkt und die Minsky - Gerade wurden aus dem Jahr 2006 im Abstand von einem Tag zum Test entnommen. Dabei wurde vermutet, dass der Punkt nah an der Gerade liegen wird. Dies ist nicht der Fall. Eine Ursache dafür kann der Unterschied in der Datenerfassung sein. Wenn ein Sondentest stattfindet, wird ein Messgerät in die Sonde eingebracht. Dieses Messgerät hat eine höhere Messgenauigkeit von 0,1 %, gegenüber dem Gerät, welches an der Sonde fest eingebaut ist. Die Information über den Messgeräteabgleich lag nicht vor. Deswegen konnte diesem Gedanken nicht weiter nachgegangen werden.

Eine andere Ursache könnte darin liegen, dass die Filterkoeffizienten  $a$  und  $b$  sich jeden Tag ändern können. Diese Vermutung wurde mit Hilfe der Beziehung (8) untersucht, da sie eine Aussage über die Durchflussmenge einer Sonde in Abhängigkeit von den Leistungskoeffizienten  $a$  und  $b$  ermöglicht. Die berechneten Volumenströme wurden mit den tatsächlich gemessenen verglichen, um die Änderungen in der Leistung einer Sonde zu verfolgen. Für die Leistungskoeffizienten  $a$  und  $b$ , den Reibungsbeiwert  $\Theta_{\text{vertikal}}$  wurden hier Ergebnisse aus dem Test verwendet. Außerdem wurden für die Berechnung der Volumenströme Online - Daten für den Steigraumdruck und den Speicherdruck eingesetzt. Nach den durchgeführten

Berechnungen ergab sich, dass die gemessenen und berechneten Volumenströme nicht immer gleich bleiben. Somit wurde die Annahme, dass die Leistung einer Sonde sich mit der Zeit ändert, bestätigt.

Aufgrund der Leistungsänderung erwies sich die Methode mit der Punkterweiterung als unvollständig. Sie ermöglicht eine Aussage über die Leistung nur im Abstand von einem Jahr, weil die Drücke, die beim Test gemessen werden, sich in dieser Periodizität einstellen. Deswegen wurde nach einer anderen Methode gesucht, mit der die Leistungsänderungen für jeden beliebigen Zeitpunkt ermittelt werden können.

### 2.6.2 Verfahren mit 4 Gasraten

Die im Weiteren vorgestellte Methode lehnt sich an die Quelle [EUB 1975] an.

Alternativ zur Auswertung mit der Minsky - Geraden kann das Verfahren mit 4 stabilisierten Gasraten verwendet werden. Diese Methode ist vorteilhafter gegenüber dem Ansatz aus dem Abschnitt 2.4, weil der menschliche Faktor keinen Einfluss auf die Berechnung hat. Die berechneten Punkte für die Minsky- Gerade liegen oft nicht auf eine Linie. Deswegen hängt das Endergebnis vom Dispatcher ab, der nach Gefühl die Geradenlage per Hand korrigieren kann. Die 4-Rate - Methode schließt diesen Spielraum aus.

Die Grundlage dieser Auswertungen bildet die Minsky - Gleichung

$$p_{BS-R}^2 - p_{BS-F}^2 = a \cdot Q + b \cdot Q^2$$

Im Unterschied zur Minsky - Methode wird ein Gleichungssystem mit 4 stabilisierten Raten aufgestellt:

$$\begin{aligned} p_{BS-R}^2 - p_{BS-F_1}^2 &= a \cdot Q_1 + b \cdot Q_1^2 \\ p_{BS-R}^2 - p_{BS-F_2}^2 &= a \cdot Q_2 + b \cdot Q_2^2 \\ p_{BS-R}^2 - p_{BS-F_3}^2 &= a \cdot Q_3 + b \cdot Q_3^2 \\ p_{BS-R}^2 - p_{BS-F_4}^2 &= a \cdot Q_4 + b \cdot Q_4^2 \end{aligned} \tag{9}$$

Daraus werden der Parameter  $a$  eliminiert und der Bohrsohlenruhedruck  $p_{BS-R}$  berechnet:

$$\begin{aligned} p_{BS-R}^2 &= \frac{Q_2 \cdot p_{BS-F_1}^2 - Q_1 \cdot p_{BS-F_2}^2}{Q_2 - Q_1} - b \cdot Q_1 \cdot Q_2 \\ p_{BS-R}^2 &= \frac{Q_4 \cdot p_{BS-F_3}^2 - Q_3 \cdot p_{BS-F_4}^2}{Q_4 - Q_3} - b \cdot Q_3 \cdot Q_4 \end{aligned} \tag{10}$$

Es werden zwei Hilfsgrößen  $V_{12}$  und  $V_{34}$  eingeführt:

$$V_{12} = \frac{Q_2 \cdot p_{BS-F1}^2 - Q_1 \cdot p_{BS-F2}^2}{Q_2 - Q_1}$$

$$V_{34} = \frac{Q_4 \cdot p_{BS-F3}^2 - Q_3 \cdot p_{BS-F4}^2}{Q_4 - Q_3}$$
(11)

Die Berechnung von  $b$  erfolgt dann über (12):

$$b = \frac{V_{34} - V_{12}}{Q_3 Q_4 - Q_1 Q_2}$$
(12)

Nach der Berechnung von  $b$  kann für jede Testphase  $i$  der Bohrsohlenruhedruck  $p_{BS-R}$  berechnet werden. Der Mittelwert repräsentiert recht gut den tatsächlichen Wert.

Auf Basis des Mittelwertes ergibt sich jeweils ein  $a_i$ , das dann zu mitteln ist:

$$a_i = \frac{p_{mittel}^2 - p_{BS-Fi}^2 - bQ_i^2}{Q_i}$$
(13)

Die Idee zur Lösung des gestellten Problems war, dass das oben beschriebene Verfahren mit den online Daten getestet werden konnte. Um dies durchzuführen, wurde die Vorgehensweise modifiziert. Der bei Obertagedaten unbekanntes Bohrsohlenruhedruck wurde durch den Speicherdruck ersetzt. Das ist eine Möglichkeit, auf die nicht zur Verfügung stehenden Daten zu kommen. Die Begründung für die verwendete Ersetzung erfolgte bereits im Abschnitt 2.6.1.

Im Gegensatz zum Bohrsohlenruhedruck wird der Bohrsohlenfließdruck über (14) berechnet:

$$p_{BS-F}^2 = p_{STR-F}^2 \cdot e^{2S} + \Theta_{vertikal} \cdot Q^2$$
(14)

Der Reibungsbeiwert  $\Theta_{vertikal}$  beschreibt das Maß für den Strömungswiderstand im Rohr und wird wie folgt definiert:

$$\Theta_{vertikal} = \frac{8 \cdot p_0^2}{T_0^2 \cdot \pi^2 \cdot g} \frac{\lambda \cdot z_{mittl}^2 \cdot T_{mittl}^2 \cdot (e^{2S} - 1)}{d_i^5}$$
(15)

Der Reibungsfaktor  $\lambda$  ist von den Materialeigenschaften des Rohres abhängig. Er variiert außerdem mit der Fließgeschwindigkeit. Die Konstanten  $d_i$  und  $S$  stehen für den Innendurchmesser und das Gasgewicht im Rohr.

Mit (15) wird der mittlere Reibungsbeiwert ermittelt, der für verschiedene Volumenströme ungefähr gleich bleibt. Für das 4 - Raten - Verfahren ist es wichtig, die Abhängigkeit des Parameters  $\Theta_{vertikal}$  vom Volumenstrom zu erhalten. Die Verwendung des mittleren Reibungsbeiwertes für vier verschiedene Raten führt zu großen Fehlern im Endergebnis. Die Anwendung dieses Ansatzes stellte sich aufgrund der gemittelten Werte als nicht erfolgreich dar.

### 2.6.3 Methode der kleinsten Quadrate

Die Methode der kleinsten Quadrate stellt ein mathematisches Verfahren zur Ausgleichsrechnung dar. Dabei wird aus  $n$  gemessenen Wertepaaren (Messpunkten)  $(x_i, y_i)$  ein möglichst einfacher funktionaler Zusammenhang zwischen den Messgrößen abgeleitet. Als Ergebnis erwartet man eine Funktion  $y = f(x)$ , die sich den Messpunkten „möglichst gut“ anpasst und daher in diesem Zusammenhang als Ausgleichs- oder auch Regressionskurve bezeichnet wird. Bei der Methode der kleinsten Quadrate werden die Kurvenparameter so bestimmt, dass die Summe der quadratischen Abweichungen der Ordinaten der Kurve von den beobachteten Punkten minimal wird.

Auf Basis der Gleichung (8) wurde ein Optimierungsproblem konstruiert und ausgewertet. Die Zielfunktion  $F$  wurde wie folgt definiert:

$$F(a, b, \Theta_{\text{vertikal}}) = \sum_{i=1}^{24} \left( Q_i - \frac{\sqrt{a^2 + 4(b + \Theta_{\text{vertikal}})(P_{iSP}^2 - P_{iSTR-F}^2 \cdot e^{2S})} - a}{2(b + \Theta_{\text{vertikal}})} \right)^2 \rightarrow \min \quad (16)$$

Für diese Funktion wurde das Minimum bezüglich der Parameter  $a$ ,  $b$  und  $\Theta_{\text{vertikal}}$  bestimmt. Die Leistung einer Sonde kann sich täglich ändern. Der Reibungsbeiwert  $\Theta_{\text{vertikal}}$  ändert sich in Abhängigkeit von verschiedenen Parametern (dem Volumenstrom, dem Wasseranteil u. a.), die auch gelegentlich variieren. Deswegen wurden die drei Parameter als Unbekannte behandelt und die Auswertungen für je 24 Stunden durchgeführt.

Das nichtlineare Optimierungsproblem (16) muss einer Lösung zugeführt werden, um die gesuchten Parameter zu ermitteln. Dafür können verschiedene Methoden zum Einsatz kommen. In diesem Fall wurde die Simplex - Methode eingesetzt. Die Idee des Algorithmus besteht darin, dass von einem Startwert ausgehend ein  $n$  - dimensionaler Polyeder gebildet wird. Die einzelnen Polyederecken werden so verschoben, dass sich der Polyeder entlang eines Gradienten zum Optimum bewegt. Das Verfahren konvergiert nicht schnell, ist dafür aber relativ einfach und robust.

Nach der Berechnung mit (16) wurden die drei Unbekannten  $a$ ,  $b$  und  $\Theta_{\text{vertikal}}$  für jeden Tag ermittelt. Die Aussage über die Leistungsänderung war mit den berechneten Parametern schwer zu treffen. Die Zielfunktion stellt ein „Gebirge“ mit Tälern und Gipfeln dar. Nach jeder Iteration wurde ein lokales Minimum errechnet. Die großen Schwankungen in den Parametern  $a$ ,  $b$  und  $\Theta_{\text{vertikal}}$  erschwerten die Analyse der Gesamtleistung einer Sonde. Die Parameter in den lokalen Minima wiesen dabei große Differenzen bei vergleichbaren Funktionalwerten auf. Deswegen wurde eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt um festzustellen, wie stark der Einfluss der einzelnen Parameter auf die Zielfunktion ist. Es wurde untersucht, um wieviel sich der Wert eines Parameters ändern darf, ohne dass der Funktionswert wesentlich

beeinträchtigt wird. Es ergab sich, dass der Toleranzbereich des Parameters  $a$  größer als bei den Parametern  $b$  und  $\Theta_{\text{vertikal}}$  ist. Um die großen Schwankungen in dem Parameter  $a$  zu reduzieren wurde ins Funktional  $F$  der Term  $\lambda \cdot (a_{\text{gestern}} - a)$  eingeführt. In dem Parameter  $a_{\text{gestern}}$  wird das Ergebnis vom Vortag gespeichert. Bei der ersten Berechnung (erster Tag nach der Ruhephase) existiert kein Parameter  $a_{\text{gestern}}$ . Deswegen wird als  $a_{\text{gestern}}$  der Parameter  $a$  aus dem letzten Sondentest eingesetzt.

$$F(a,b,\Theta_{\text{vertikal}}) = \sum_{i=1}^{24} \left( Q_i - \frac{\sqrt{a^2 + 4(b + \Theta_{\text{vertikal}})(P_{iSP}^2 - P_{iSTR-F}^2 \cdot e^{2S})} - a}{2(b + \Theta_{\text{vertikal}})} \right)^2 + \lambda \cdot (a_{\text{gestern}} - a)^2 \rightarrow \min \quad (17)$$

Beim Testen hat sich herausgestellt, dass  $\lambda = 0,5$  eine gute Wahl ist.

Da die beiden Parameter  $b$  und  $\Theta_{\text{vertikal}}$  als Summe in (17) eingehen, sind sie nur als Summe identifizierbar. Daraus entstand die Idee, einen der beiden Parameter festzuhalten.

Nach der Ruhephase würde man bei der Festlegung von  $b_{\text{gestern}}$  oder  $\Theta_{\text{gestern}}$  ähnlich wie bei der Festlegung  $a_{\text{gestern}}$  vorgehen. Der Parameter  $\Theta$  wird im Test in Abhängigkeit von den Volumenströmen berechnet. Da die Volumenströme sich häufig ändern, bekommt man als Ergebnis verschiedene  $\Theta$ . Im Gegensatz zum Parameter  $\Theta$  verändert sich der Koeffizient  $b$  kaum. Der Parameter  $b$  wird deswegen in (17) festgehalten.

$$F(a,b,\Theta_{\text{vertikal}}) = \sum_{i=1}^{24} \left( Q_i - \frac{\sqrt{a^2 + 4(b + \Theta_{\text{vertikal}})(P_{iSP}^2 - P_{iSTR-F}^2 \cdot e^{2S})} - a}{2(b + \Theta_{\text{vertikal}})} \right)^2 + \lambda \cdot (a_{\text{gestern}} - a)^2 + \lambda \cdot (b_{\text{gestern}} - b)^2 \rightarrow \min \quad (18)$$

Da die Filterkoeffizienten  $a$  und  $b$  festgehalten werden, wurde der Parameter  $\Theta_{\text{vertikal}}$  zum Koeffizient, in dem sich die wesentlichen Änderungen widerspiegeln (Abb. 2-6).

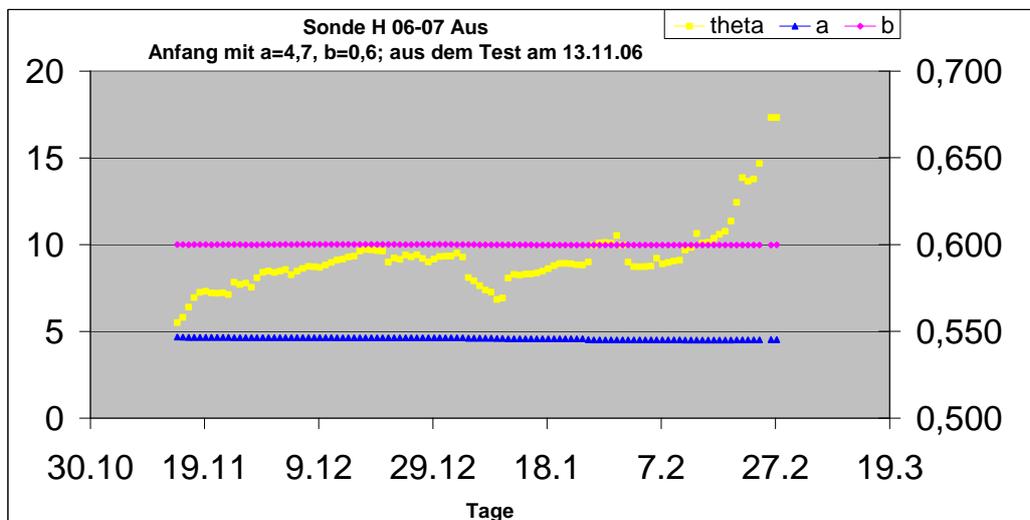
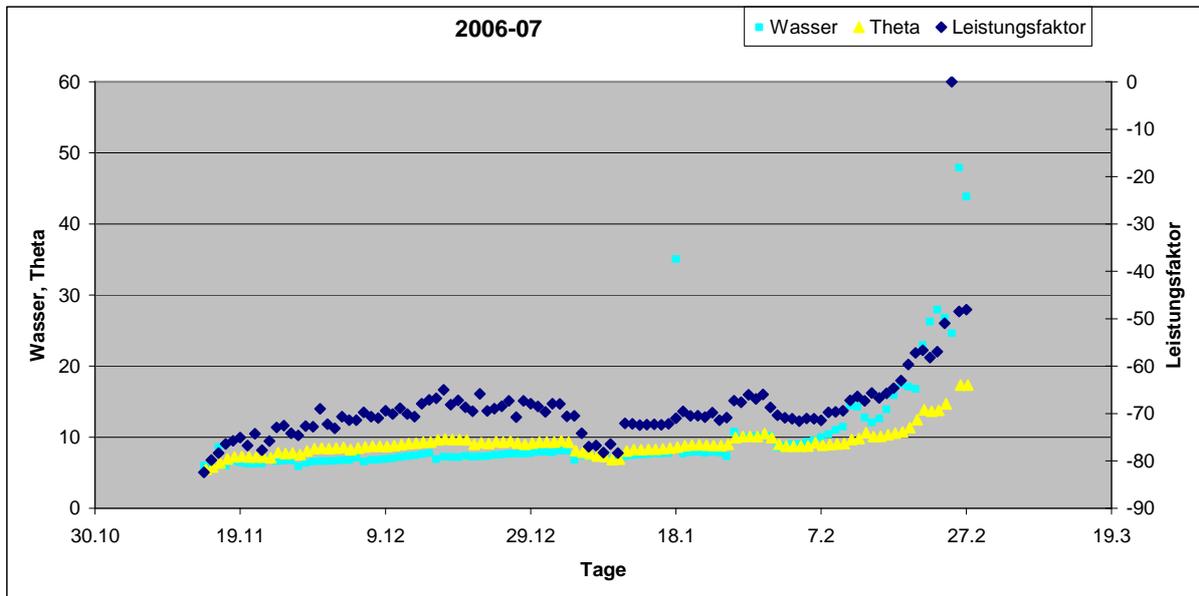


Abbildung 2-6 Veränderung von Sondenparametern

Wenn man die Verläufe vom Wasser, dem Leistungsfaktor und dem Parameter  $\Theta_{\text{vertikal}}$  vergleicht, stellt man fest, dass sie fast identisch sind (Abb. 2-7). Daraus kann man schließen, dass bei konstanten Koeffizienten  $a$  und  $b$  der Parameter  $\Theta_{\text{vertikal}}$  die Leistungsänderung darstellt.



**Abbildung 2-7 Größenvergleich**

Somit ist der Parameter  $\Theta_{\text{vertikal}}$  nicht mehr als Reibungsbeiwert zu interpretieren, sondern als Leistungskoeffizient.

Mit der Methode kann der zum Leistungsmerkmal gewordene Parameter  $\Theta_{\text{vertikal}}$  identifiziert werden. Das wichtigste Ziel wurde erreicht. Die Leistungsänderung einer Sonde kann mit den online- Daten ohne den Sondentest berechnet werden.

Der nachfolgend beschriebene Algorithmus basiert auf der Annahme, dass  $\Theta_{\text{vertikal}}$  als Leistungsmerkmal betrachtet werden kann.

## 2.7. Algorithmus zur Leistungsfaktorprognose

Als Grundlage für den Algorithmus dient die im Abschnitt 2.6.3 beschriebene Methode. Wenn die Koeffizienten  $a$  und  $b$  einer Sonde konstant gehalten werden, kann man alle Veränderungen im Leistungsverhalten  $\Theta$  zuordnen. Auf dieser Annahme basiert das Verfahren zur Leistungsfaktorprognose. Mit diesem Verfahren kann die Entwicklung des Leistungsfaktors über den gesamten Zeitraum der Ein-/Auspeisung prognostiziert werden. In der Abbildung 2-8 ist der gesamte Algorithmusverlauf dargestellt.

Grundlage für den Algorithmus bildet die Formel 8. Aus dem Sondentest werden die Parameter  $a$  und  $b$  übernommen, der Steigraumdruck  $p_{ST}$ , der Speicherdruck  $p_{SP}$  und der Volumenstrom  $Q$  liegen als online - Messwerte vor und  $\Theta_{ber}$  kann mit

$$\Theta_{ber} = \frac{\pm(p_{ST}^2 \cdot e^{2S} - p_{SP}^2) - a \cdot Q - b \cdot Q^2}{Q^2} \quad (19)$$

berechnet werden. Sie lässt sich aus (8) ableiten.

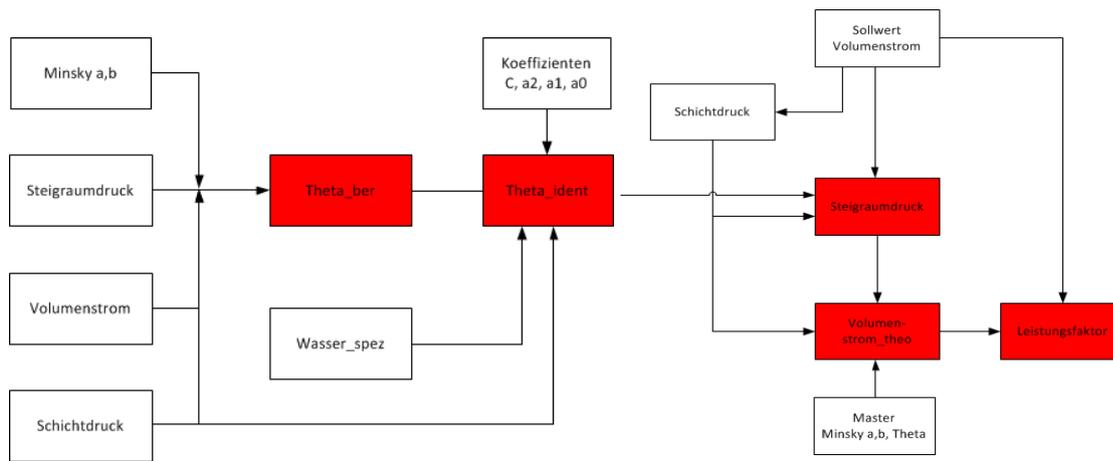


Abbildung 2-8 Datenflussplan

Während der Untersuchungen wurde festgestellt, dass der Leistungsträger  $\Theta_{ber}$  vom Wasser und Schichtdruck abhängt. Deswegen kann der Parameter  $\Theta_{ber}$  wie folgt approximiert werden.

$$\Theta_{ident} = f(W, p_{SP}) = a_n \cdot W_i + a_{n-1} \cdot p_{sp}^n + \dots + a_0 \cdot p_{sp}^0 \quad (20)$$

In (20) sind die Koeffizienten ( $a_n \dots a_0$ ) unbekannt. Für die Berechnung der Unbekannten wurde ein Optimierungsproblem aufgestellt und mit dem Ansatz (21) gelöst:

$$F(a_n, \dots, a_0) = \sum_{i=1}^n (\Theta_{ber} - \Theta_{ident})^2 \rightarrow \min \quad (21)$$

Mit den ermittelten Koeffizienten kann  $\Theta_{ident}$  für das Folgejahr berechnet werden. Der identifizierte Parameter  $\Theta_{ident}$  wird im weiteren Algorithmusverlauf eingebunden.

Die Entwicklung des Leistungsfaktors kann prognostiziert werden, wenn bekannt ist, welche Volumenströme bezogen auf den Schichtdruck in der Förderphase fließen werden. Der Summenvolumenstrom kann dem Fahrplan entnommen werden. Die Aufteilung auf die einzelnen Sonden soll linear sein, damit ergibt sich ein Volumenstrom  $Q_{soll}$  pro Sonde. Nach Vorgabe

von Schichtdruck  $p_{SP\ Plan}$  und Volumenstrom  $Q_{soll}$  kann der daraus resultierende Steigraumdruck  $p_{ST\ Plan}$  mit dem identifizierten  $\Theta_{ident}$  berechnet werden.

$$p_{ST\ PLAN} = \frac{\sqrt{p_{SP\ PLAN}^2 \pm (a \cdot Q_{soll} + (b + \Theta_{ident}) \cdot Q_{soll}^2)}}{e^S} \quad (22)$$

Aus dem eben erhaltenen Steigraumdruck  $p_{ST\ Plan}$  und dem Schichtdruck  $p_{SP\ Plan}$  ergibt sich der theoretische Volumenstrom  $Q_{theo}$ , wenn die Koeffizienten  $a_m$ ,  $b_m$ ,  $\Theta_m$  von der Mastersonde in (8) eingesetzt werden:

$$Q_{theo} = \frac{\sqrt{a_m^2 \pm 4 \cdot (b_m + \Theta_m) \cdot (p_{ST\ PLAN}^2 \cdot e^{2S} - p_{SP\ PLAN}^2)} - a_m}{2 \cdot (b_m + \Theta_m)} \quad (23)$$

Nun kann der Leistungsfaktor  $LF_{Plan}$  berechnet werden:

$$LF_{PLAN} = \frac{Q_{soll}}{Q_{theo}} \cdot 100 \quad (24)$$

Der beschriebene Algorithmus wurde in Matlab implementiert. Es wurde eine Matlab-Oberfläche erzeugt, um interaktiv eine Methodenauswahl für die Bearbeitung von einzelnen Messdaten zu ermöglichen (Abb. 2-9). Das Programm bietet die Möglichkeit, verschiedene Daten einzulesen und grafisch anzuzeigen.

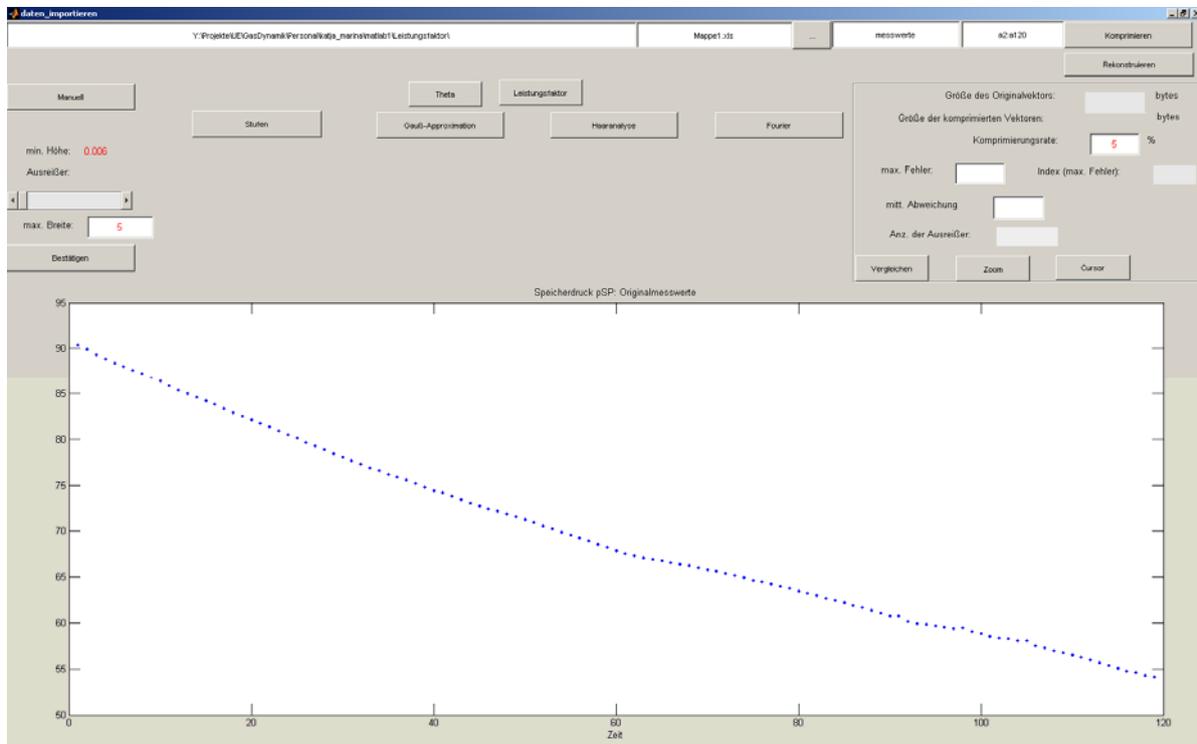


Abbildung 2-9 Oberfläche der Matlab – Implementierung

Mit dem Programm kann man die Filterung aller Input – Messwerte durchführen. Dafür stehen solche Verfahren wie Gauß-, Haar-, Fourierapproximation zur Auswahl. Nach der Bereinigung der Daten kann man den Parameter  $\Theta$  oder den Leistungsfaktor berechnen lassen. Es gibt auch die Möglichkeit, die berechneten Größen mit den prognostizierten zu vergleichen. Es werden dazu die Approximationsabweichungen angezeigt.

Das in diesem Abschnitt dargestellte Verfahren ermöglicht die Abschätzung der Leistung einer Sonde ausschließlich mit online - Daten ohne einen kostspieligen und aufwendigen Sondentest. Mit dem Einsatz dieses Verfahrens können die Betriebskosten reduziert und wichtige und hilfreiche Prognosen für die Anlagenführung erstellt werden.

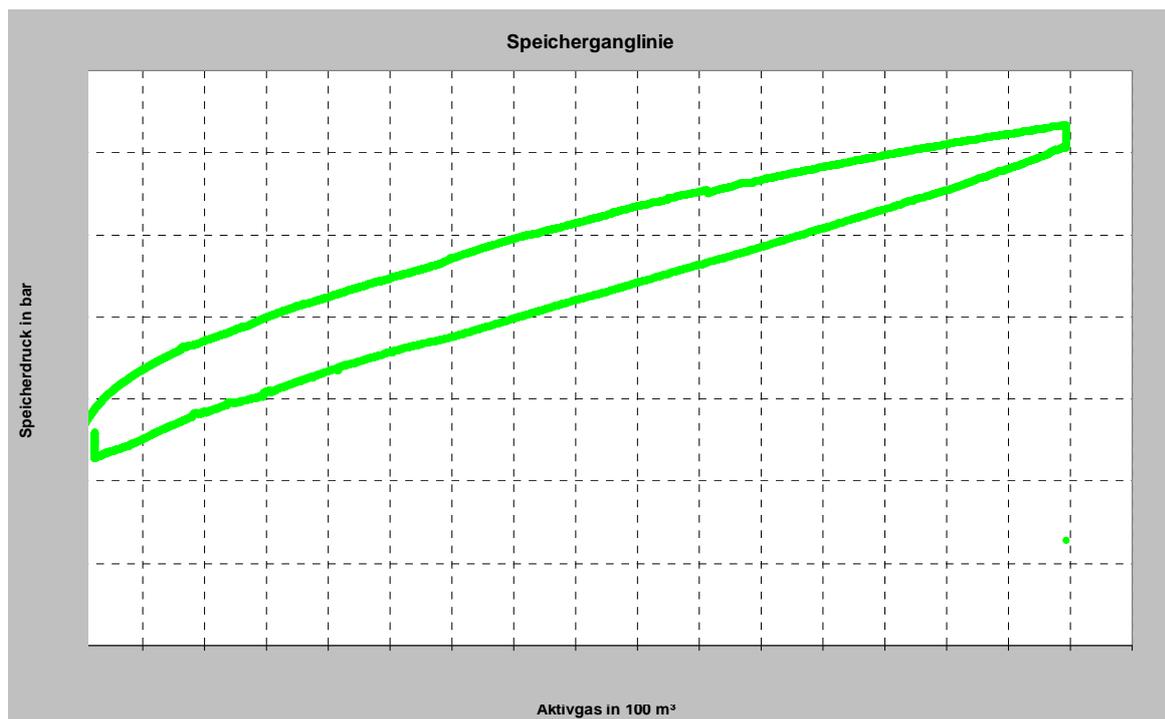
### 3. Modellierung von Übergangsprozessen in Untergrundgasspeichern

#### 3.1. Speicherproblematik

Erdgasspeicher sind auf Grund ihrer geologischen Strukturen, dem Aufbau ihrer Sonden und ihrer Messtechnik Unikate. Das hat zur Folge, dass sich auch die Betriebsführung an den Bedingungen vor Ort zu orientieren hat. Für den sicheren Speicherbetrieb ist die bestmögliche Kenntnis über das Verhalten eines Speichers erforderlich. Es ist also wichtig zu wissen, wie ein Speicher bei der Ein- oder Ausspeisung unter bestimmten Bedingungen reagiert. Diese Kenntnisse werden für die Planung der Prozessabläufe benötigt.

Als Erstes sollen die Besonderheiten des Speichers und auch seine Dynamik erfasst werden, um die notwendigen Änderungen in der Betriebsplanung für verschiedene Speicherarten durchführen zu können.

Für die Verdeutlichung der Aufgabenstellung werden die Unterschiede zwischen zwei Speicherarten erklärt. In den Abbildungen 3-1 und 3-2 sind Kennlinien von zwei Speichern dargestellt, die sehr unterschiedlich sind.



**Abbildung 3-1 Ein- und Ausspeisevorgang im Grundlastspeicher**

Die Abbildung 3-1 zeigt die Entwicklung des Speicherdrucks (y - Achse) in Abhängigkeit vom Aktivgas (x - Achse) in einem Grundlastgasspeicher. Unter dem Aktivgas versteht man die akkumulierte Gasmenge einer Periode. Der obere Teil der Kurve steht für die Einspeisung und der untere für die Ausspeisung. Bei der Einspeisung nimmt der Druck mit steigendem Aktivgasbestand zu und bei der Ausspeisung nimmt er mit fallendem Aktivgas ab. Die

Phasen bei unveränderlichem Aktivgas rechts und links werden als Ruhephasen bezeichnet. Während dieser Ruhephasen finden im Speicher Ausgleichsprozesse statt, bevor das Gas zur Ruhe kommt.

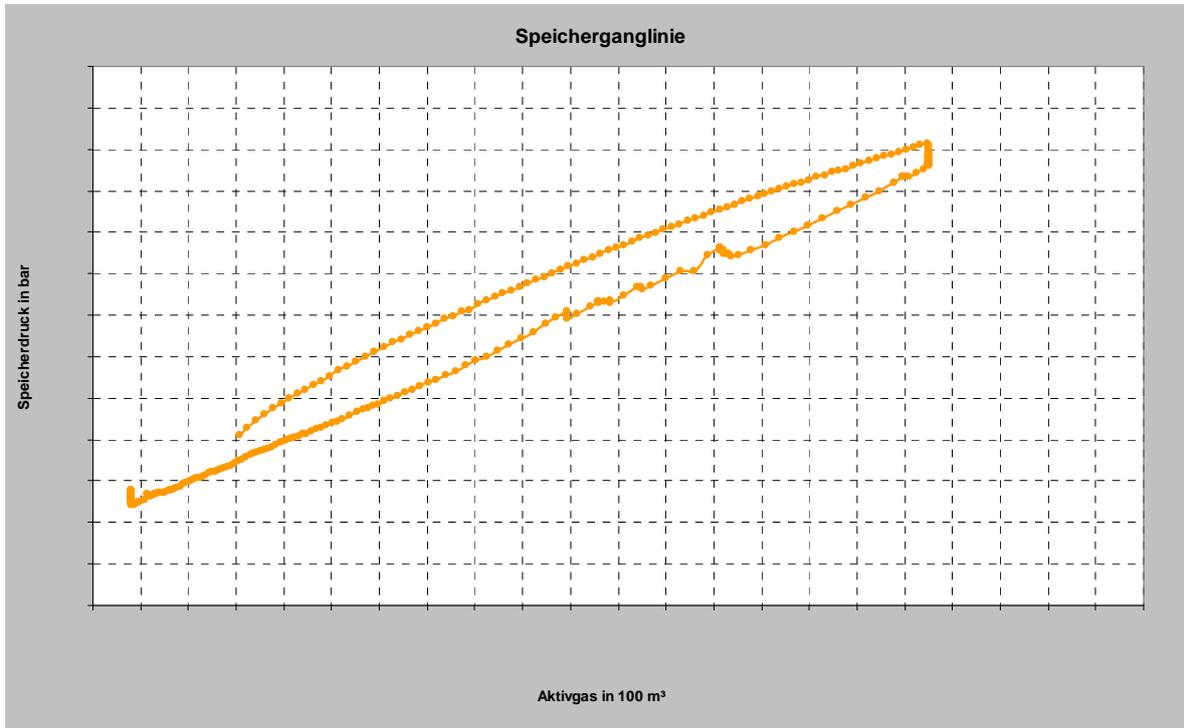


Abbildung 3-2 Ein- und Ausspeisevorgänge im Spitzenlastspeicher

Im Unterschied zum Grundlastspeicher können im Spitzenlastspeicher Phasen der Einspeisung, Ausspeisung und der Speicherruhe beliebig aufeinander folgen. Dies kann man in der unteren Hälfte der Kurve in der Abbildung 3-2 sehen. Der wellenartige Verlauf der Kurve deutet auf den Wechsel zwischen den kurzfristigen Förder- und Ruhephasen hin.

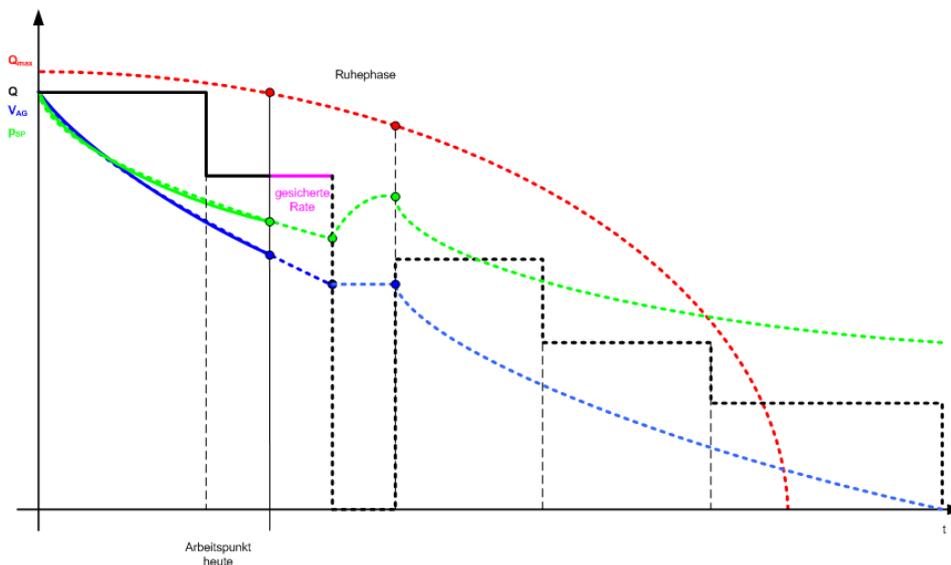


Abbildung 3-3 Fahrplan für einen Grundlastspeicher

Bei der Modellierung geht es um die Speicherdruckentwicklung in den Ruhephasen für die verschiedenen Speicherarten, die zum beliebigen Zeitpunkt beginnen können. Die Abbildung 3-3 stellt diese Problematik am Beispiel eines Grundlastspeichers dar.

Für einen Speicher im Grundlastbetrieb existiert ein Fahrplan, in der Abbildung 3-3 als schwarze Linie gekennzeichnet. Die geplante Rate  $Q$  ist gepunktet dargestellt. Gleichzeitig sind in der Grafik zwei wichtige Größen enthalten, der Druck  $p_{SP}$  und das Aktivgasvolumen  $V_{AG}$ . Auch hier sind die prognostizierten Werte, auf Basis des Fahrplans berechnet, mit Punkten angedeutet. Die rote Hüllkurve stellt schematisch die maximale Ausspeiserate (Grenzrate) des Speichers dar. Zur Veranschaulichung wird angenommen, dass der Speicher sich im Arbeitspunkt „heute“ befindet. Für einen zukünftigen Zeitpunkt wird an den Dispatcher eine Anfrage gestellt, für einen bestimmten Zeitraum eine nicht planmäßige Ruhephase einzubauen. Mit Hilfe einer Prognosefunktion wird dann eine Prognose für die Entwicklung des Speicherdrucks aufgestellt. Die Prognosefunktion berechnet den Verlauf des Drucks während der Ruhephase für den angefragten Zeitraum. Von dem Resultat hängt der weitere Verlauf des Druckes  $p_{SP}$  und des Aktivgasvolumens im Betrieb des Speichers ab.

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Voraussage der Druckentwicklung in den vom Betreiber gewünschten Ruhephasen. Dazu soll ein Modell entwickelt werden, das den Speicher in seinem statischen und dynamischen Verhalten beschreibt. Mit Hilfe des Modells soll der Dispatcher erkennen können, wie der Speicherdruck in den Ruhephasen sich entwickelt, um die weiteren Prognosen aufstellen zu können.

## **3.2. Modellierung der Speicherdynamik**

### **3.2.1 Suche nach geeigneten Approximationsfunktionen**

Um die Dynamik des Speichers in einem Modell nachbilden zu können, wurde nach einer oder mehreren Funktionen, die den Messdatenverlauf gut approximieren, gesucht.

Das Problem bei der Funktionssuche ist, dass die Prozesse im Speicher messtechnisch nicht umfassend nachgeprüft werden können. Es gibt nicht genügend Information über den Druckverlauf in den Ruhephasen. Wenn ein Ansatz gefunden wird, kann er nicht für einen beliebigen Zeitpunkt getestet werden. Wenige Größen, die für die Berechnung verwendet werden können, sind das Aktivgasvolumen, die Gasraten und der Fließdruck. Die Modellfunktion soll möglichst übersichtlich sein und eine kleine Anzahl von Unbekannten enthalten.

Die folgenden Abschnitte befassen sich mit den Vor- und Nachteilen verschiedener Modellfunktionen.

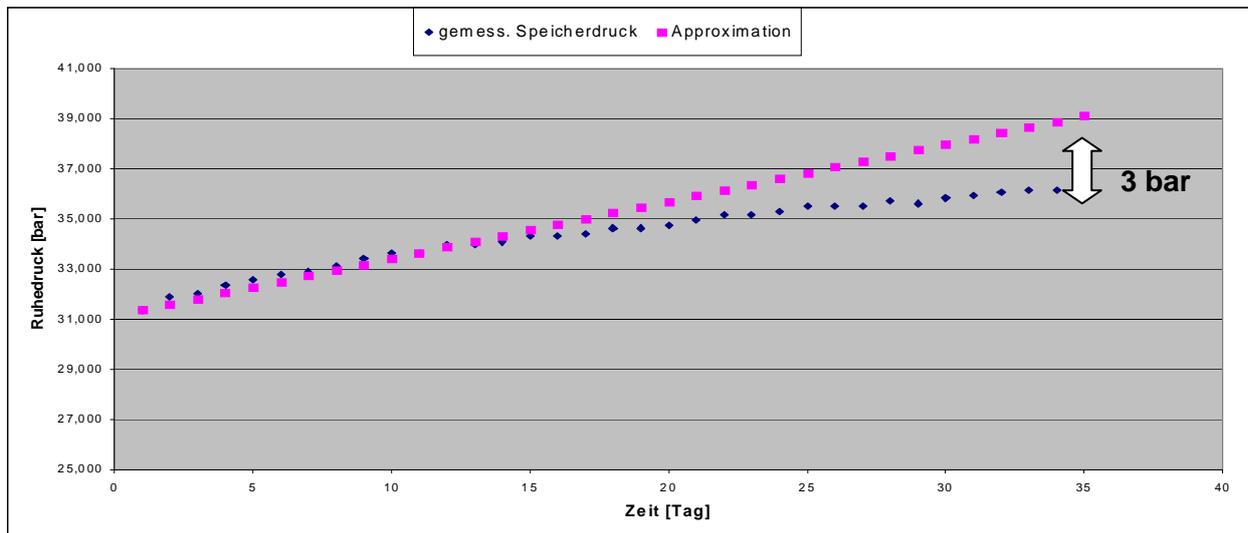
### 3.2.1.1 Wurzelfunktion

Im Betrieb wird für die Prognose des Fließdruckes eine Wurzelfunktion verwendet. Deswegen wurden die Untersuchungen mit dieser Art von Funktionen begonnen. Die Eingangsgrößen, die in den Untersuchungen verwendet werden konnten, sind die Zeit, Druckwerte und das Aktivgasvolumen. Aus diesen zur Verfügung stehenden Größen ergab sich die folgende Funktion:

$$f(t) = p_0 \pm t \cdot \sqrt{\left(\frac{V_{AG}}{V_{maxAG}}\right)}, \quad (25)$$

mit den Variablen  $t$  - Zeit,  $p_0$  - letzter Fließdruck,  $V_{AG}$  - Volumen des momentanen Aktivgases,  $V_{maxAG}$  - Volumen des maximalen Aktivgases.

Die Funktion  $f(t)$  wurde mit den Daten in den Ruhephasen getestet. Das Ergebnis war mäßig erfolgreich. Die Hälfte der Daten wurde mit einer geringeren Abweichung approximiert, bei der anderen Hälfte wichen die Daten von den Approximationskurven sehr stark ab. In Abbildung 3-4 ist ein Beispiel mit unzureichender Approximation dargestellt. Am Anfang liegen die Kurven nah beieinander und am Ende, nach 30 Tagen beträgt der Unterschied 3 bar. Dies ist aber nicht zulässig. Deswegen wurde weiter nach besseren Approximationsfunktionen gesucht.



**Abbildung 3-4 Approximation mit einer Wurzelfunktion**

### 3.2.1.2 Funktion des begrenzten Wachstums

Nach eingehenderer Analyse des Drucksverhaltens wurde beobachtet, dass der Ruhedruck sich nach einer bestimmten Zeit stabilisiert, d.h. nach dieser Zeit strebt er zu einem Druck-

wert, der nicht überschritten wird. Die Grenze wird als Schranke bezeichnet. Diese einfache Erkenntnis wurde in die neue Funktion (26) eingebaut:

$$f(t) = p_s - (p_s - p_0) \cdot e^{(-k \cdot t)}, \text{ wobei } k > 0 \quad (26)$$

mit den Variablen  $t$ - Zeit,  $p_0$ - letzter Fließdruck,  $p_s$ - Schranke,  $k$ - Faktor.

In dieser Funktion sind der letzte Fließdruck  $p_0$  und die Zeit  $t$  gegeben. Die Unbekannten, die Schranke  $p_s$  und der Faktor  $k$  wurden mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate berechnet:

$$F(p_s, k) = \sum_{i=1}^n (p_i - (p_s - (p_s - p_0) \cdot e^{(-k \cdot t_i)}))^2, \quad (27)$$

wobei  $p_i$ - die Messwerte und  $n$ - die Anzahl der Messwerte sind.

Die Funktion  $f(t)$  in (26) ist vorteilhaft gegenüber der Wurzelfunktion, weil sie das physikalische Verhalten des Druckes berücksichtigt. Wenn man in (26) die Zeit gegen Unendlich laufen lässt, wird die Funktion gegen die Schranke  $p_s$  laufen:  $t \rightarrow \infty \Leftrightarrow f \rightarrow p_s$ . Bildlich kann man sich das so vorstellen, dass der Speicher sich in einer unendlich langen Ruhephase befindet und der Druck sich nicht mehr ändert (Abb. 3-5).

Der Ansatz (27) ist nichtlinear, da der Faktor  $k$  in  $f(t)$  und damit in das Funktional  $F(p_s, k)$  nicht linear eingeht. Deswegen musste eine Optimierungsmethode für nichtlineare Aufgabenstellungen eingesetzt werden.

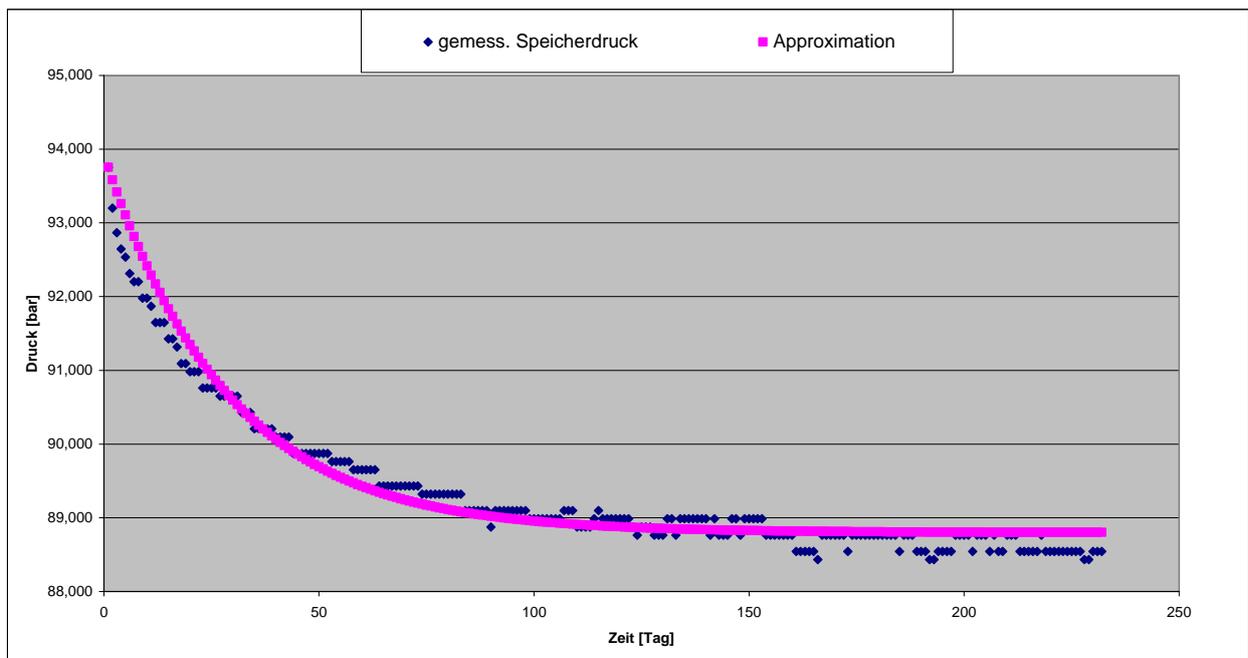


Abbildung 3-5 Approximation mit einer Exponentialfunktion

In der oberen Abbildung sieht man, dass nach 150 Tagen die Stabilisierung des Druckes stattfindet. Die Schranke liegt ungefähr bei 88,8 bar. Die Abweichung zwischen den gemessenen und approximierten Werten ist bei sehr lang dauernder Ruhephase gering. Dieses Ergebnis wurde in fast allen untersuchten Fällen erzielt. Trotz der guten Resultate wurden auch Nachteile von (26) festgestellt. Das Optimierungsproblem (27) ist nicht linearisierbar. Deswegen muss das Problem mit einer iterativen Methode gelöst werden. Dies führt dazu, dass die Berechnung in Matlab langsam ist und uneffektiv bleibt. Die Handhabung des Optimierungsproblems (27) war nicht effizient genug, um die Funktion  $f(t)$  aus (26) in weitere Berechnungen einzubeziehen. Ein ausreichender Approximationsansatz kann überbrochen – rationale Funktionen gefunden werden, wie im nächsten Abschnitt gezeigt werden wird.

### 3.2.1.3 Gebrochen- rationale Funktion

In einer Testphase wurden verschiedene Ansätze betrachtet und der Ansatz gewählt, der den physikalischen Eigenschaften am besten entsprach und gute Ergebnisse bei der Approximation lieferte:

$$f(t_i) = p_s + \frac{p_0 - p_s}{\alpha \cdot t_i + 1} \quad (28)$$

Die Größe  $p_0$  entspricht dem letzten gemessenen Druckwert in der Förderperiode und der Parameter  $p_s$  dem stationären Druckwert, auch Schranke genannt, denn es gilt  $f(0) = p_0$  und  $f(\infty) = p_s$ . Die Variable  $t$  ist wieder die Zeit und  $\alpha$  ein konstanter Faktor.

Die unbekannt Parameter  $\alpha$  und  $p_s$  werden wieder über die Anpassung der Druckwerte aus vorhandenen Datensätzen bestimmt:

$$F(\alpha, p_s) = \sum_1^n \underbrace{(p_i - f(t_i))}_r^2 \rightarrow \min, \quad (29)$$

wobei  $p_i$  die gemessenen Druckwerte zum Zeitpunkt  $t_i$  sind.

Da der Ansatz (28) linearisierbar ist, wurde das Kleinste Quadrateproblem (29) direkt über ein Gleichungssystem gelöst. Die Linearisierung wurde folgendermaßen durchgeführt:

$$\begin{aligned} r &= p_i - \left( p_s + \frac{p_0 - p_s}{\alpha \cdot t_i + 1} \right) \Rightarrow p_i(\alpha \cdot t_i + 1) - p_s(\alpha \cdot t_i + 1) - p_0 + p_s = 0 \\ \Rightarrow r &= p_i \cdot \alpha \cdot t_i + p_i - \underbrace{p_s \cdot \alpha \cdot t_i}_\beta - p_0 \end{aligned}$$

Für die Lösung des Gleichungssystems benötigt man den Gradienten:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial F}{\partial \beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sum_{i=1}^n \beta p_i t_i^2 + \sum_{i=1}^n \alpha p_i^2 t_i^2 - \sum_{i=1}^n p_i t_i p_0 + \sum_{i=1}^n p_i^2 t_i \\ \sum_{i=1}^n \beta t_i^2 - \sum_{i=1}^n \alpha p_i^2 t_i^2 + \sum_{i=1}^n t_i p_0 + \sum_{i=1}^n p_i t_i \end{pmatrix}$$

Aus den zu Null gesetzten Komponenten des Gradienten  $G$  entsteht das Gleichungssystem:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n p_i^2 t_i^2 & -\sum_{i=1}^n p_i t_i^2 \\ -\sum_{i=1}^n p_i t_i^2 & \sum_{i=1}^n t_i^2 \end{pmatrix}}_H \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n (p_i t_i p_0 - p_i^2 t_i) \\ \sum_{i=1}^n (-t_i p_0 + p_i t_i) \end{pmatrix}}_v$$

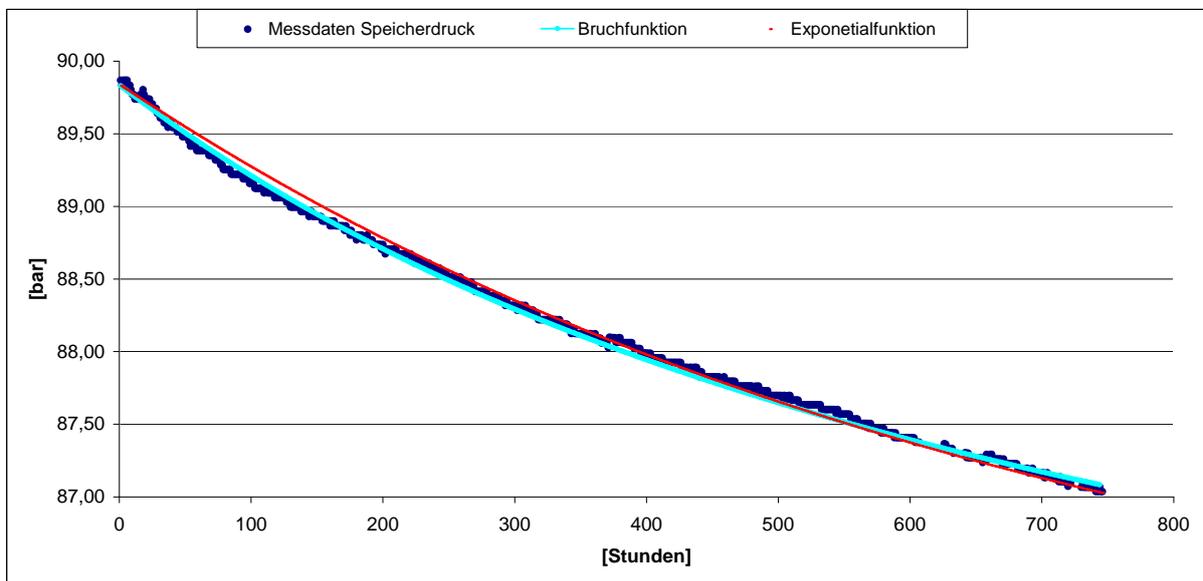
In Vektorschreibweise sieht das Gleichungssystem wie folgt aus:

$$H * x = v.$$

Um das System zu lösen, wird die inverse Matrix von  $H$  gebildet:

$$x = H^{-1} * v.$$

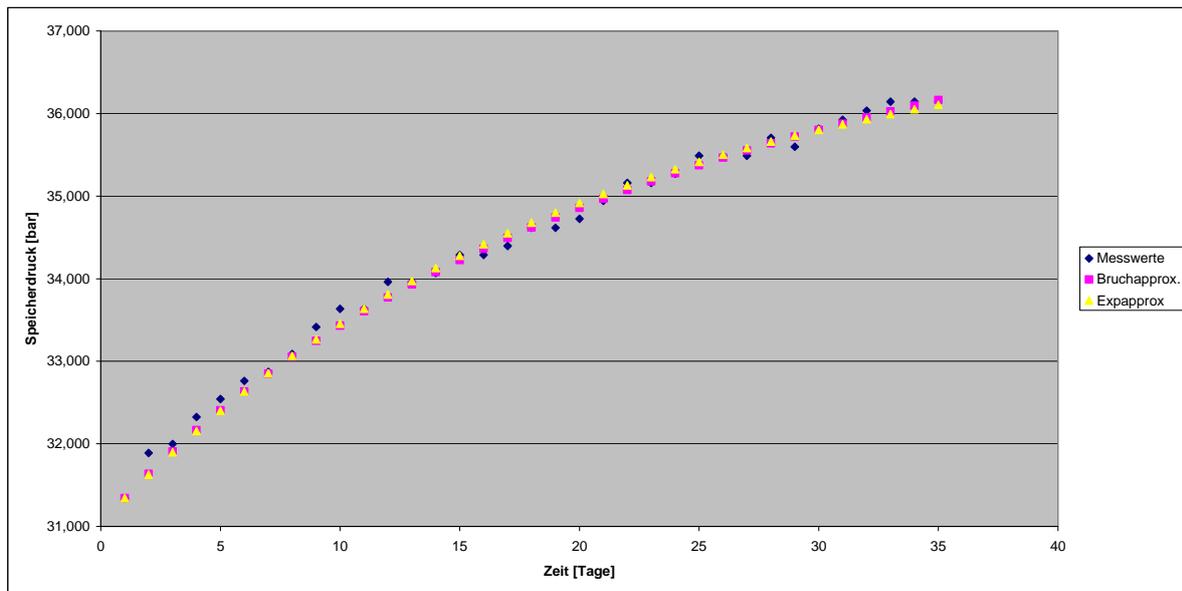
Der gesuchte Parameter  $p_s$  ergibt sich zu  $p_s = \frac{\beta}{\alpha}$ . Ein Beispiel mit den berechneten Parametern ist in der Abbildung 3-6 dargestellt (hellblaue Kurve).



**Abbildung 3-6 Vergleich zweier Approximationsfunktionen**

Die Abbildung stellt auch den Unterschied zwischen der Exponentialfunktion aus (26) (rot) und der Bruchfunktion aus (28) (hellblau) dar. Die hellblaue Kurve liegt deutlich näher an den Messdaten als die rote Kurve. Somit ist die gebrochen - rationale Funktion in diesem Fall vorteilhafter gegenüber der Exponentialfunktion.

Es gibt auch Fälle, in denen die beiden Funktionsarten vergleichbare Ergebnisse liefern:



**Abbildung 3-7 Funktionsvergleich**

Auf Grund des einfachen Aufbaues der Funktion aus (28) wird sie gegenüber der Funktion (26) bevorzugt.

Um das erreichte Ergebnis zu optimieren, wurden weitere ähnliche Ansätze, wie in (28), erprobt. Als Erstes wurde die Potenz der Zeitvariablen geändert:

$$f(t_i) = p_s + \frac{p_0 - p_s}{\alpha \cdot t_i^\beta + 1}, \quad \text{wo } \beta \in \mathbb{R}. \quad (30)$$

Eine wesentliche Verbesserung wurde nicht festgestellt. Deswegen wurden statt einer Zeitvariablen  $t$  Polynome ohne Nullstellen eingesetzt:

$$f(t_i) = p_s + \frac{p_0 - p_s}{a_n \cdot t_i^n + a_{n-1} \cdot t_i^{n-1} \dots + a_1 \cdot t_i + a_0 + 1}, \quad \text{wo } n \in \mathbb{N}. \quad (31)$$

Dieser Versuch zeigte keine wesentliche Verbesserung. Somit ist die Funktion (28) optimal innerhalb dieser Modellklasse für die Modellbildung gewesen. Offen bleibt die Frage, wie die unbekannt Parameter  $\alpha$  und  $p_s$  ohne Messdaten ermittelt werden können, wenn keine passenden Messdaten zur Verfügung stehen. Beim nächsten Schritt soll nach der Lösung dieses Problems gesucht werden.

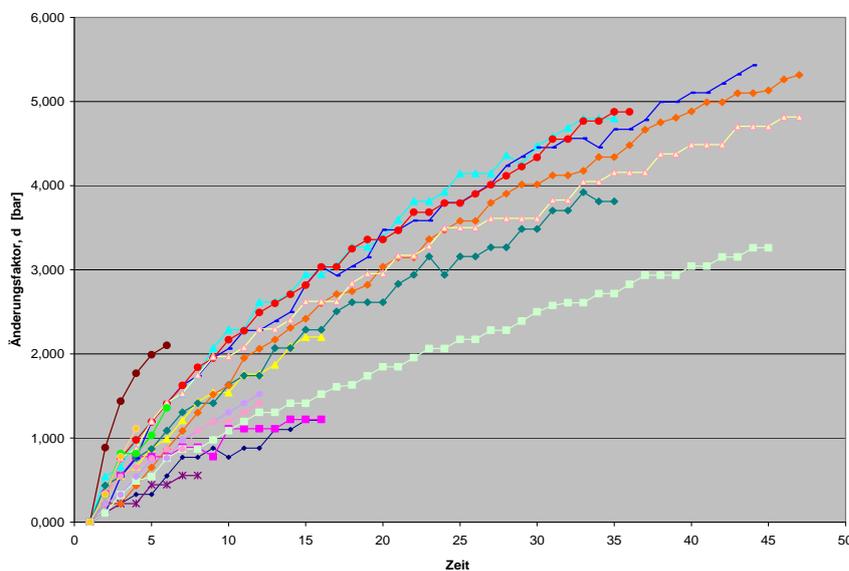
### 3.2.2 Parameteridentifikation mit der gebrochen - rationalen Funktion

In diesem Abschnitt werden Methoden beschrieben, wie mit der ausgewählten Modellfunktion aus (28) die unbekannt Parameter  $\alpha$  und  $p_s$  für beliebige Ruhephasen ermittelt werden können.

Bei diesem Ansatz werden die in der ausgewählten Modellfunktion unbekannt Parameter über reale Betriebsdaten aus *vergangenen* Jahren angepasst. Für jede Ruhephase wurden Parameter  $\alpha$  und  $p_S$  mit der Methode, die in 3.2.1.3 beschrieben wurde, berechnet.

Erster Schritt bei der Betrachtung war es, alle Pausenphasen in zwei Arten aufzuteilen: Pause mit fallendem Druck und Pause mit steigendem Druck.

Es wurde grafische Verschiebungen aller Phasen durchgeführt, um die Verlaufsformen eines Artentyps miteinander vergleichen zu können. Es wurde für jeden Verlauf von jedem einzelnen Messpunkt der letzte Fließdruck subtrahiert ( $p_i - p_0$ ). Damit wurde der Anfang jeder Ruhephase auf den Koordinatenursprung verlagert. In der Abbildung 3-8 ist das erzielte Ergebnis für Ruhephasen nach Ausspeisungen dargestellt.



**Abbildung 3-8 Zusammenfassung aller Ruhephasen nach Ausspeisung**

Die Kurven sind in Abhängigkeit von der Zeit abgebildet (x - Achse). Auf der y - Achse kann man den Änderungsfaktor  $d$  ablesen. Er sagt aus, um wieviel sich der Speicherdruck während einer Ruhephase mit der Zeit ändert:

$$d_t = p_{St} - p_0, \tag{32}$$

wobei  $p_{St}$  der Druckgrenzwert zum Zeitpunkt  $t$  ist.

Die abgebildeten Kurven unterscheiden sich in ihrer Steigung. Es wurde nach den Ursachen gesucht, die die Unterschiede in den Kurvenverläufen erklären.

Im Laufe der durchgeführten Untersuchungen wurde festgestellt, dass es eine Abhängigkeit zur Vorgeschichte der Speicherführung gibt. Unter der Vorgeschichte versteht man die Gesamtinformation über den Prozess vor einer Ruhephase. Dazu zählt man unter anderem

die Dauer der Förderung, den Aktivgasbestand (Menge des verbliebenen Gases im Speicher) und die letzte Förderrate.

Die Abhängigkeit von der Vorgeschichte findet man in den Druckverläufen in der Abbildung 3-8 wieder. Kurven zwischen den roten und gelben Kurven bilden eine Gruppe. Hauptmerkmal dieser Gruppe ist die lange Förderphase vor der Pause. Es gab keine Unterbrechung unmittelbar vor dieser Ruhephase. Die zweite Gruppe (zwischen lila und brauner Kurve) kennzeichnet den schnellen Wechsel zwischen Ruhe- und Förderphasen. Diese Gruppeneinteilung ermöglichte die im Weiteren beschriebene Methodik anzuwenden.

### 3.2.2.1 Mittelkurvemethode

Die Abschätzung der Entwicklung des Speicherdrucks während einer Ruhephase liefert eine Mittelkurve. Für die Berechnung der Mittelkurve werden die steilste und die flachste Kurve ausgewählt und für sie  $\alpha$  und den Änderungsfaktor  $d$  berechnet. Es ist wichtig, bei der Berechnung die zeitliche Begrenzung festzulegen. D.h., die gewählten Kurven sollen gleich lang sein. Danach kann der Mittelwert von den berechneten Größen ermittelt werden

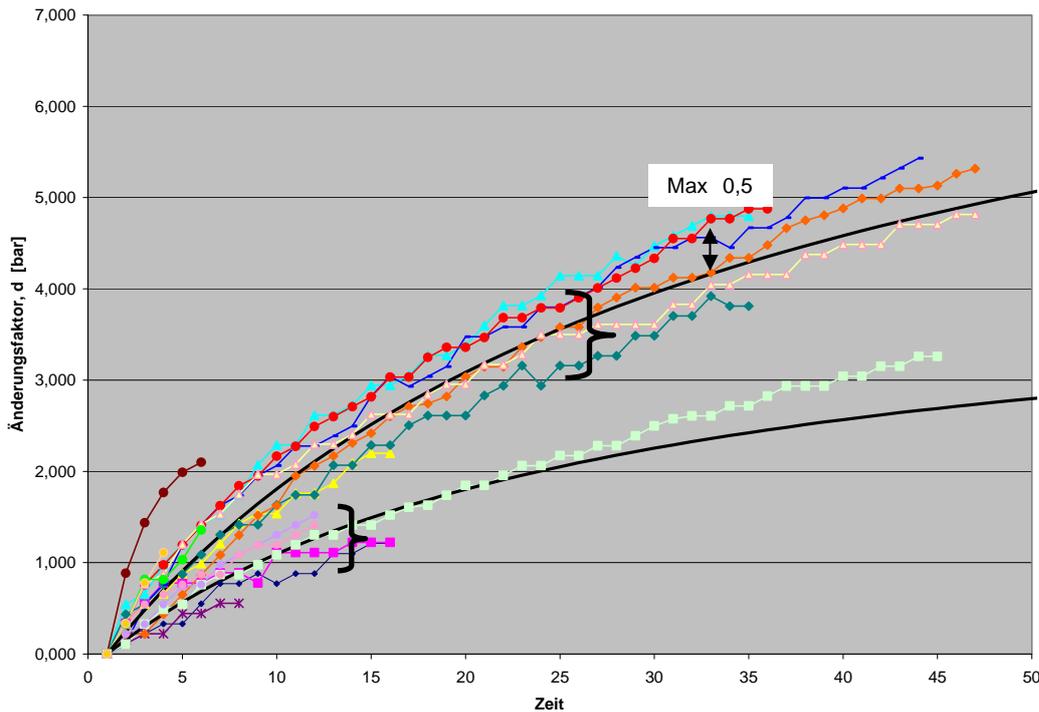


Abbildung 3-9 Mittelkurve

Die Beziehung (33) ergibt sich aus den Gleichungen (28) und (32). Die Prognose gilt nur für den Zeitraum, der bei der Mittelwertbildung festgelegt wurde.

Nach der Untersuchung mit vorhandenen Messdaten betrug die maximale Abweichung 0,5 bar (Abb. 3-9). Das ist ein zufriedenstellendes Ergebnis. Aufgrund der begrenzten Daten-



Dafür wurde als Erstes eine Gewichtung der Förderraten eingeführt, weil das Geschehen unmittelbar vor einer Ruhephase größeren Einfluss auf den Ruhephasenverlauf hat als nach mehreren Tagen oder Wochen. Die Wichtungsfaktoren  $g$  wurden mit einer Funktion berechnet, die bei  $t = 0 \Rightarrow g = 1$  und bei  $t = \infty \Rightarrow g = 0$  sind:

$$g(t) = e^{tk},$$

wobei  $t$  die Zeit und  $k$  eine Konstante sind.

Die Abbildung 3 - 11 stellt als Beispiel den Verlauf der Gewichtungsfunktion für  $t = 25$  und  $k = 0,2$  dar.

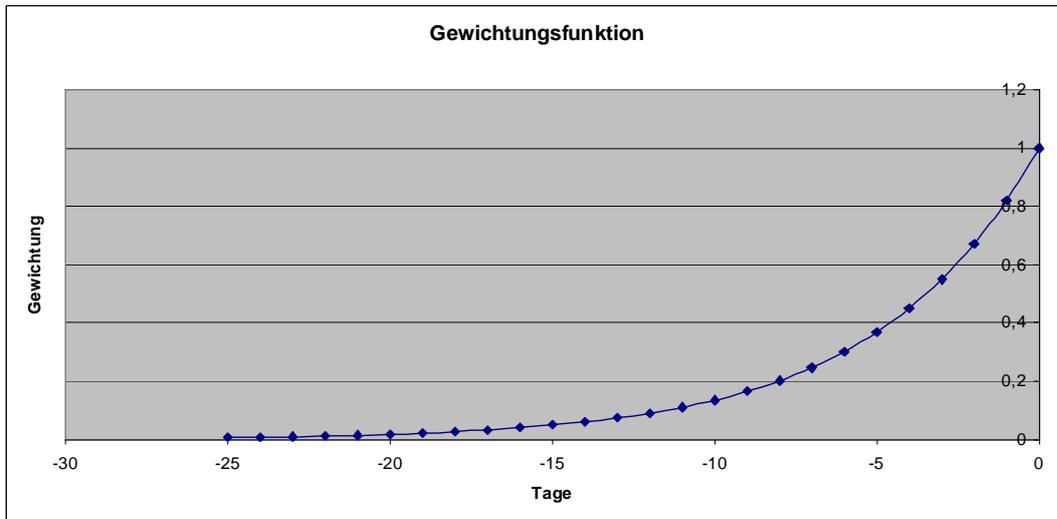


Abbildung 3-11 Gewichtungsfunktion

Der Faktor  $k$  und die Zeit  $t$  sollen in Abhängigkeit von geologischen Merkmalen des Speichers gewählt werden.

Als nächstes wurden die berechneten Gewichtungsfaktoren  $g$  mit den Förderraten multipliziert und daraus wurde eine Summe gebildet:

$$sumQ = \sum_{t=0}^n Q_t \cdot g_t, \tag{34}$$

wobei  $t$  die Zeit,  $Q$  die Förderraten und  $g_t = e^{tk}$  sind.

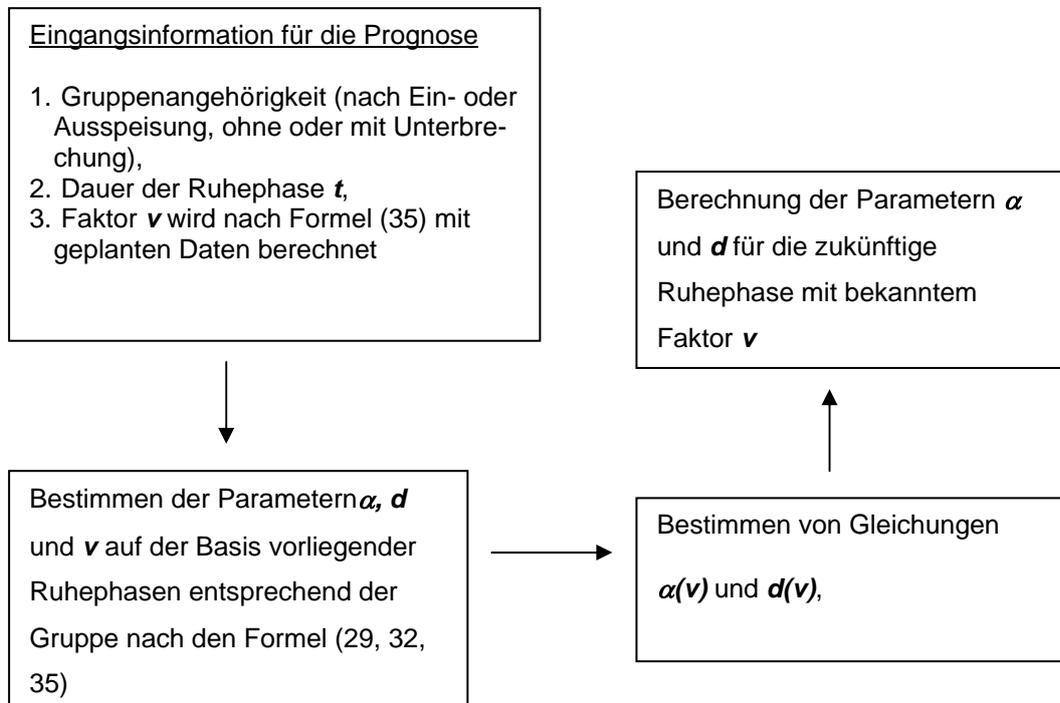
Zum Schluss wurde die Summe der gewichteten Förderraten  $sumQ$  durch den Aktivgasbestand  $AG$  dividiert:

$$v = \frac{sumQ}{AG}. \tag{35}$$

Bei weiteren Untersuchungen wurde nach funktionalen Zusammenhängen zwischen dem Faktor  $v$  und dem Parameter  $\alpha$  bzw. zwischen dem Faktor  $v$  und dem Änderungsfaktor  $d$  ge-

sucht. Das Ziel war, für einen beliebigen Faktor  $v$  die unbekannt Parameter  $\alpha$  und  $d$  so zu finden, dass sie für eine Prognose verwendet werden können.

Anhand des folgenden Schemas werden die einzelnen Schritte der Berechnung dargestellt.



**Abbildung 3-12 Rechenablauf**

Physikalisch lässt sich die vorgestellte Methode nicht unmittelbar erklären. Trotzdem liefert dieser heuristische Ansatz Ergebnisse, die ausreichend gut sind. Es wurde mit Daten von zwei Speichern, einem Spitzenlastspeicher und einem Grundlastspeicher gearbeitet. Die Methode erwies sich für diese Daten als ausreichend und zweckerfüllend.

#### 4. Ausblick

In dieser Arbeit wurden zwei wesentliche Probleme zum Betrieb von Untergrundgasspeichern behandelt. Während im ersten Teil die Sondenproblematik und insbesondere die Ersetzung der aufwendigen Sondentests durch geeignete Modelle zur Evaluierung der Sonden über Messdaten aus der Anlagenführung beschrieben wurde, lag im zweiten Teil der Schwerpunkt auf der Speicherdynamik, den Ausgleichsprozessen in den Ruhephasen der Speicher, deren Modellierung eine effektivere Vorhersage der Speicherleistung und damit der effektiven und zustandsgerechten Planung von Ein- und Ausspeisungen im Erdgasspeicher ermöglichen sollte.

Für beide Aufgabenstellungen konnten Lösungsansätze und Heuristiken entwickelt werden, die in Matlab implementiert wurden und für die Anlagen, für die Messdaten zur Verfügung

gestellt worden waren, stehen diese Modellansätze für einen effektiven Einsatz zur Verfügung.

Der Weg, der beschrrieben wurde zeigt, dass mit Hilfe über längere Zeiträume archivierter Betriebsdaten eine qualitative Modellierung und damit Vorhersage der Sonden und Speicherzustände möglich sind.

## 5. Literatur

[EUB 1975] Alberta Energy and Utilities Board, Theory and Practice of the Testing of Gas Wells, 3rd edition, Kap 7.5.2, 1975

[Sedlacek 2009] [Untertage-Gasspeicherung in Deutschland](#)

[ELPRO] elpro.de, Firmeninformation

[Konstantin 2007] P. Konstantin, Praxisbuch Energiewirtschaft, Auflage 2, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007, Kap.9, S.354

[Häfner, Pohl 1985] F.Häfner, A.Pohl, Geoströmungstechnik, Bergakademie Freiberg, 1985, Kap.3, S.42

[Förster, Köckritz 2006] S. Förster, V. Köckritz, Formelsammlung, Fördertechnik und Speichertechnik, TU Bergakademie Freiberg, 2006

[Häfner, Voigt, Bamberg, Lauterbach 1985] F. Häfner, H. D. Voigt, H-F. Bamberg, M. Lauterbach, Geohydrodynamische Erkundung von Erdöl-, Erdgas- und Grundwasserlagerstätten, Zentrales Geologisches Institut Berlin, Heft 1, 1985

[Papula 2001] L. Papula, Mathematik für Ingenieure, Band 3, Auflage 4, Verlag Vieweg, 2001, Kapitel 5, S. 691

[Überhuber, Katzenbeisser 2000] C. Überhuber, S. Katzenbeisser, Matlab 6, Springer Verlag, Wien, 2000, S.1

## 6. Autoren und Kontakten

### 6.1. Autoren

Prof. Dr.sc.techn. Dr.rer.nat. Rainer Ueckerdt

Dr.-Ing. Hans-Werner Schmidt

B. Sc. M. Weber

B. Sc. E. Mindlina

### 6.2. Kontaktdaten

Fachhochschule Bielefeld

Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik

FSP Angewandte Mathematische Modellierung und Optimierung

Am Stadtholz 24

33609 Bielefeld

*Tel.:* +49.521.106-7403

*Fax:* +49.521.106-7176

*E-Mail:* [ammo@fh-bielefeld.de](mailto:ammo@fh-bielefeld.de)

*Web:* [www.fh-bielefeld.de/ammo](http://www.fh-bielefeld.de/ammo)

*Ansprechpartner:* Prof. Dr. Dr. Rainer Ueckerdt

Elpro GmbH

Marzahner Straße 34

13053 Berlin

*Tel.:* +49 (030) 9861 0

*Fax:* +49 (030) 9861 2276

*E-Mail:* [info@elpro.de](mailto:info@elpro.de)

*Web:* [www.elpro.de](http://www.elpro.de)

*Ansprechpartner:* Dr. H.-W. Schmidt

ISSN 2198-4824

Herausgeber: Sprecher FSP AMMO  
Fachhochschule Bielefeld