



FH Bielefeld
University of
Applied Sciences



Angewandte Mathematische Modellierung & Optimierung

AMMO – Berichte aus Forschung und Technologietransfer

Heuristische Lösungsmethoden für eine Klasse von Ware-zum-Mensch- Kommissionierungsproblemen

Thyra Felizitas Lye, Hermann-Josef Kruse, Timo Lask

Veröffentlichungsreihe (Onlinepublikation):

AMMO – Berichte aus Forschung und Technologietransfer

ISSN

2198-4824

Erscheinungsort

<http://www.fh-bielefeld.de/ammo/veroeffentlichungen/ammo-berichte-aus-forschung-und-technologietransfer>

Herausgeber

Sprecher FSP AMMO, Fachhochschule Bielefeld

Fachhochschule Bielefeld

Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik

FSP Angewandte Mathematische Modellierung und Optimierung

Interaktion 1

33619 Bielefeld

Vorwort

In den letzten Jahren wurden im Rahmen einer Reihe von Qualifizierungsarbeiten (Bachelor-, Master- und Projektarbeiten) im Bachelor-Studiengang *Angewandte Mathematik* sowie im Master-Studiengang *Optimierung & Simulation* des Fachbereichs *Ingenieurwissenschaften & Mathematik* der Fachhochschule Bielefeld viele spezielle Untersuchungen an einer bestimmten Problemklasse aus dem Bereich der Kommissionierung (*Ware-zum-Mensch-Kommissionierprobleme*) vorgenommen. Hierbei wurden für unterschiedliche Fragestellungen – insbesondere im Hinblick auf verschiedene Zielgrößen – spezifische Lösungsansätze entwickelt, die Eingang in ein Matlab-basiertes Programm („Kommissionier-Tool“) fanden. Mit diesem Tool wurden schließlich gezielte Effizienzanalysen vorgenommen, um einem Anwender für seine spezielle Problemausprägung geeignete Lösungsverfahren anbieten zu können. In diesem Heft wird ein Überblick über diese Untersuchungsergebnisse geboten.

In diesem Zusammenhang möchten sich die Autoren bei allen Mitwirkenden bedanken, die anhand ihrer Qualifikationsarbeiten einen Beitrag zur Entwicklung von Lösungsstrategien geliefert haben.

Die Autoren



Thyra Felizitas Lye (M. Sc.)

Fachhochschule Bielefeld

Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik

thyra.lye@gmx.de

Fachgebiete: Logistikprobleme, Operations Research

Absolvierte ihr Bachelor-Studium in *Angewandter Mathematik* und ihr Master-Studium in *Optimierung & Simulation* an der Fachhochschule Bielefeld. Auf das Gebiet der Optimierung, insbesondere der kombinatorischen Optimierung, spezialisierte sie sich im Laufe des Studiums.



Prof. Dr. rer. pol. Hermann-Josef Kruse

Fachhochschule Bielefeld

Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik

hermann-josef.kruse@fh-bielefeld.de

Fachgebiete: Wirtschaftsmathematik, Operations Research

Seit 1995 als Professor für Wirtschaftsmathematik (insbesondere Operations Research) an der Fachhochschule Bielefeld tätig und lehrt dort im Bachelor-Studiengang *Angewandte Mathematik* und im Master-Studiengang *Optimierung & Simulation* des Fachbereichs *Ingenieurwissenschaften & Mathematik*. Gründungsmitglied des Forschungsschwerpunktes *Angewandte Mathematische Modellierung & Optimierung* (FSP AMMO) der FH Bielefeld. F&E-Projekte im Bereich der Optimierung und Simulation diskreter Systeme zur Entscheidungsunterstützung bei betrieblichen Problemstellungen.



Timo Lask (M. Sc.), geb. Kleine-Döpke

Fachhochschule Bielefeld

Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik

timo.lask@fh-bielefeld.de

Fachgebiete: Petri-Netze, Personalplanung, Echtzeitsysteme

Hat sein Master-Studium im Fach *Optimierung & Simulation* und sein Bachelor-Studium in der *Angewandten Mathematik* an der Fachhochschule Bielefeld absolviert. Arbeitete seit der Mitte seines Bachelor-Studiums als SHK im FSP-AMMO-Projekt „Coloured Petri Nets“ (CPN) von Prof. Dr. Hermann-Josef Kruse und hat sich in den letzten Jahren unter anderem in dieser Fachrichtung spezialisiert. Seit Ende 2014 an der Fachhochschule Bielefeld als wissenschaftlicher Mitarbeiter in Forschungsprojekten beschäftigt und seit Januar 2015 ein festes AMMO-Mitglied.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundbegriffe zur behandelten Kommissionierungsproblematik	3
3	Mathematische Modellierung der behandelten Problemausprägungen	9
3.1	Grundlegende Modellgrößen	9
3.2	Problemstellungen ohne Stellplatzbegrenzung	16
3.3	Problemstellungen mit Stellplatzbegrenzung	19
4	Verfahren	22
4.1	Artikelreihenfolgeverfahren	22
4.2	Auftragsreihenfolgeverfahren	29
4.3	Verbesserungsverfahren	31
5	Analyse der Verfahren	38
5.1	Testumgebung	38
5.2	Kennzahlen zum Vergleich der Verfahren	39
5.3	Untersuchungsergebnisse	40
6	Ausblick	47
	Literaturverzeichnis	49

1 Einleitung

Die Bereitstellung von Waren am richtigen Ort zur richtigen Zeit zu minimalen Kosten ist ein wichtiger Bestandteil, um ökonomisch produzieren zu können. Dies ist Gegenstand der Logistik, ebenso wie die Planung, Gestaltung, Steuerung und Kontrolle von Material- und Informationsflüssen in Systemen. Ein wichtiger Teilbereich der Logistik ist die Distributionslogistik. Sie beinhaltet neben der Standortwahl des Distributionslagers auch die Lager- und Transportplanung, ebenso wie die Kommissionierung und Verpackung der Waren. „Die Kommissionierung ist das Herzstück der meisten Distributions- und Logistikzentren“ [14]. Sie ist der Prozess zwischen der Lagerung der Waren und dem Versand der Waren an den Kunden. Unter Kommissionierung versteht man das Zusammenstellen einer bestimmten Menge verschiedener Artikel (Ware) zu einem Auftrag [12].

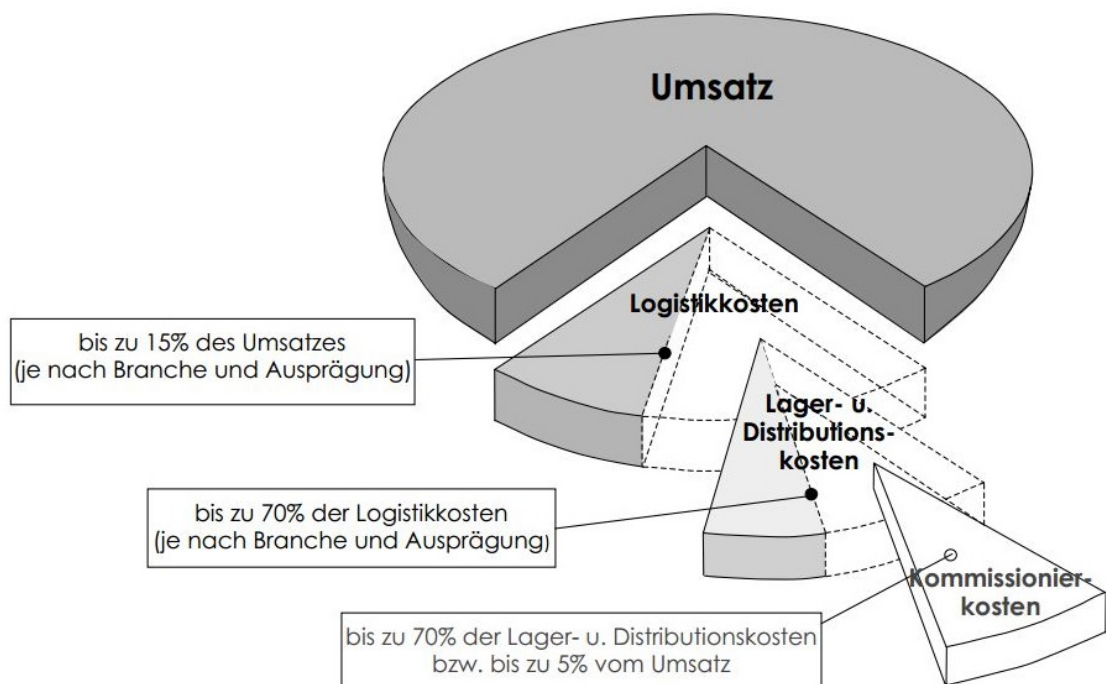


Abbildung 1: Stellenwert der Kommissionierkosten ([14], S. 17)

Wie in Abbildung 1 zu sehen ist, sind die Kommissionierkosten der größte Teil der Lager- und Distributionskosten und damit eine bedeutende Komponente der Logistikkosten. Um so wichtiger ist es deswegen, das Augenmerk auf die Kosten der Kommissionierung zu legen, um Einsparungsmöglichkeiten aufzufinden. Dadurch können Kosten gespart und der Umsatz gesteigert werden [14, 2].

1 Einleitung

Dieser Beitrag behandelt eine Klasse von bestimmten Ware-zum-Mensch-Kommissionierungsproblemen. Diese werden zunächst als kombinatorische Optimierungsprobleme formuliert. Sie prägen sich im Wesentlichen durch die jeweilige Zielfunktion und die Verfügbarkeit von Stellplätzen im Kommissionierbereich aus. Durch die verschiedenen Zielfunktionen werden in der Praxis übliche Kennzahlen der Lagerlogistik adaptiert.

Für die verschiedenen Problemausprägungen werden heuristische Lösungsansätze vorgestellt, um eine problemspezifische Artikel- und Auftragsreihenfolge zu bestimmen, wodurch zielgerichtete Einsparungsmöglichkeiten angestrebt werden. Die Effizienz der einzelnen Lösungsheuristiken für die verschiedenen Problemausprägungen wird anhand eines Optimierungstools namens KMT analysiert. Abschließend werden die Untersuchungsergebnisse unterbreitet und kommentiert.

An dieser Stelle sei noch auf ein Zusatzdokument [10] hingewiesen, in welchem das Optimierungstool KMT in Form eines Manuals vorgestellt wird und ausführliche Berechnungen der im Folgenden entwickelten Zielgrößen und Lösungsverfahren anhand eines konkreten Beispiels erläutert werden.¹

¹ Dieses Dokument kann über die angegebene Kontaktadresse direkt bezogen werden.

2 Grundbegriffe zur behandelten Kommissionierungsproblematik

Die Definition des Kommissioniervorgangs laut der VDI-Richtlinie 3590 Blatt 1: „Kommissionieren hat das Ziel, aus einer Gesamtmenge von Gütern (Sortiment) Teilmengen (Artikel) auf Grund von Anforderungen (Aufträge) zusammenzustellen“ [17], zitiert nach [16]. Demnach besteht ein Auftrag aus verschiedenen Artikeln mit einer bestimmten Stückzahl.²

Die vier Grundfunktionen der Kommissionierung sind die Bereitstellung der Waren, die Fortbewegung des Kommissionierers sowie die Entnahme und Abgabe der Waren.

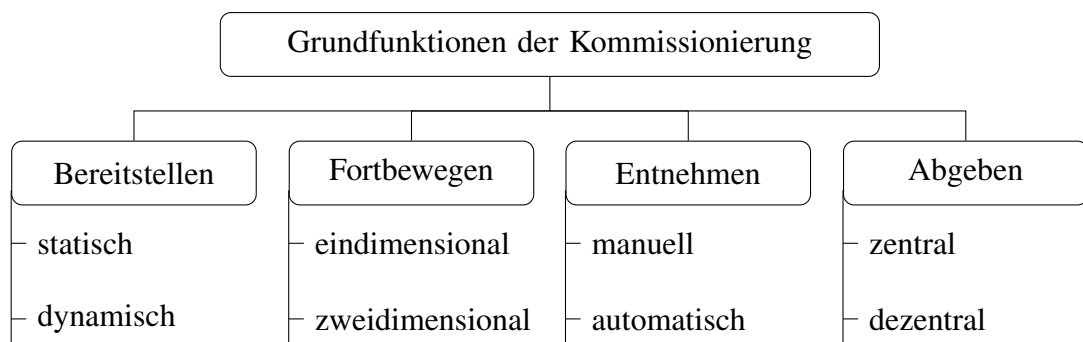


Abbildung 2: Grundfunktionen der Kommissionierung (in Anlehnung an [12], S. 396)

Die Grundfunktion *Bereitstellung der Waren* beinhaltet die Beförderung der Waren in der Bereitstellungseinheit aus dem Lager an den Entnahme- bzw. Kommissionierplatz. Es wird zwischen der statischen und der dynamischen Bereitstellung der Waren unterschieden. Die *statische Bereitstellung* ist als Prinzip „Mensch-zur-Ware“ bekannt. Bei dieser Variante hat jeder Artikel eine feste Lagerplatzposition. Der Kommissionierer bewegt sich durch das Lager, um die verschiedenen Artikel in der vorgegebenen Menge zu sammeln und zum Kommissionierplatz zu bringen.³ Als Prinzip „Ware-zum-Mensch“ ist die *dynamische Bereitstellung* bekannt. Der Kommissionierer legt dabei keine Wege zurück. Die Ware wird automatisch am Kommissionierplatz bereitgestellt. Dazu entnimmt ein Regalbediengerät dem Lager eine Bereitstellungseinheit eines Artikeltyps und übergibt

² Dieses Kapitel ist an [12] angelehnt.

³ Für diesen Beitrag ist vorwiegend die dynamische Bereitstellung relevant. Für Einzelheiten, die sich im Wesentlichen auf die statische Bereitstellung beziehen, sei auf einschlägige Literatur verwiesen, u.a. [14], [12].

diese einem Fördersystem. Damit wird die Ware zum Kommissionierplatz befördert. Der Kommissionierer entnimmt die benötigte Menge und das Fördersystem transportiert die Restmenge wieder ins Lager, wobei die Lagerplatzposition nicht fest sein muss [2].

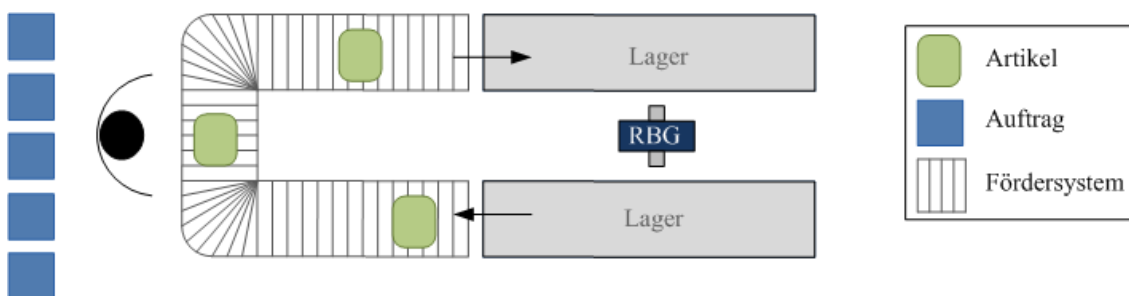


Abbildung 3: Skizzierung eines Kommissionierplatzes bei dynamischer Kommissionierung ([2]), S. 4

Es gibt zwei Strategien für den Ablauf des Kommissioniervorgangs, zum einen die auftragsorientierte und zum anderen die artikelorientierte Kommissionierung. Bei beiden Strategien werden alle Artikel nacheinander kommissioniert. Die *auftragsorientierte Kommissionierung* wird als einstufig bezeichnet. Alle Aufträge werden einzeln hintereinander abgearbeitet. Der Bereitstellungseinheit wird nur die benötigte Menge des Artikels für den aktuellen Auftrag entnommen. Bei der *artikelorientierten Kommissionierung* werden mehrere Aufträge gleichzeitig bearbeitet. In zwei Stufen werden die Aufträge kommissioniert. Zuerst wird die benötigte Menge der Artikel für die aktuellen Aufträge der Bereitstellungseinheit entnommen. Daraufhin erfolgt die Verteilung der Artikel auf die Aufträge.

Sowohl die auftragsorientierte als auch die artikelorientierte Kommissionierung kann seriell oder parallel von einem oder mehreren Kommissionierern ausgeführt werden. Dazu wird die Auftragsserie in mehrere Teilaufträge zerlegt, wodurch eine Zonenaufteilung der Artikel im Kommissionierlager entsteht. Bei der *seriellen* Bearbeitung werden die Teilaufträge nacheinander kommissioniert. Demgegenüber werden die Teilaufträge beim *parallelen* Kommissionieren gleichzeitig bearbeitet.

In diesem Beitrag werden die Aufträge parallel und artikelorientiert von einem Kommissionierer bearbeitet. Somit existiert keine Zerlegung der Aufträge in Teilaufträge.

Die Zeit zum Sammeln aller Artikel eines Auftrags wird als *Kommissionierzeit* bezeichnet und setzt sich wie folgt zusammen:

$$\text{Kommissionierzeit} = \text{Basiszeit} + \text{Wegzeit} + \text{Greifzeit} + \text{Totzeit}$$

Die *Basiszeit* macht um die 5 bis 10 % der Kommissionierzeit aus. Sie ist für administrative Tätigkeiten vor und nach der Kommissionierung, wie beispielsweise die Übernahme des Auftrags, die Abgabe der Waren, das Präparieren des Kommissionierwagens sowie die Sortierung und Weitergabe von Belegen [14].

Die *Wegzeit* beinhaltet alle Zeiten der Fortbewegung des Kommissionierers innerhalb des Kommissioniervorgangs. Bei der statischen Bereitstellung werden 30 bis 50 % der Kommissionierzeit für die Wegzeit benötigt. Diese stellt somit die größte Komponente der Kommissionierzeit dar. Demgegenüber entfällt die Wegzeit bei der dynamischen Bereitstellung und ist somit gleich null [14].

Die *Greifzeit* umfasst die Zeit von der Entnahme, also des Hinlangens, Greifens und Herausnehmens, der Artikel aus der Bereitstellungseinheit bis zum Hereinlegen der Artikel in den Kommissionierbehälter. Ungefähr 5 bis 10 % der Kommissionierzeit lässt sich der Greifzeit zuordnen und ist bedingt durch die Greifhöhe und -tiefe, das Gewicht und Volumen des Artikels, die entnommene Menge sowie die Fähigkeiten des Kommissionierers [14].

Die *Totzeit* beträgt etwa 10 bis 35 % der Kommissionierzeit. In dieser Zeit werden Nebentätigkeiten ausgeführt, die zur Bearbeitung der Aufträge notwendig sind. Dazu zählen Tätigkeiten wie die Lagerplatzsuche, das Öffnen von Verpackungen, das Etikettieren, Positionier-, Lese- und Kontrollvorgänge [14].

Im Weiteren werden die Basiszeit und die Totzeit vernachlässigt. Außerdem entfällt die Wegzeit, da die dynamische Bereitstellung der Waren betrachtet wird. Demnach handelt es sich bei der Kommissionierzeit ausschließlich um die Greifzeit [2].

Abweichend von der Standardliteratur wird eine *Holzzeit* der Artikel eingeführt. Die Holzzeit beinhaltet die Zeit, die benötigt wird, um einen Artikel aus dem Lager zum Kommissionierplatz zu befördern. In dieser Zeit gelangt das Regalbediengerät zum entsprechenden Regalfach des Artikels, entnimmt eine Bereitstellungseinheit und übergibt diese dem Fördersystem, welches die Bereitstellungseinheit zum Kommissionierplatz befördert. Dann beginnt die Kommissionierzeit, dabei entnimmt der Kommissionierer die benötigte Menge aus der Bereitstellungseinheit und teilt sie den entsprechenden Aufträgen zu. Die Gesamtzeit der Hol- und Kommissionierzeit eines Artikels wird *Bearbeitungszeit* genannt:

$$\text{Bearbeitungszeit} = \text{Holzeit} + \text{Kommissionierzeit}$$

Die in diesem Beitrag behandelten Kommissionierungsprozesse unterliegen bestimmten Annahmen, die im Folgenden anhand eines problemtypischen Unternehmens ausführlich vorgestellt und erläutert werden sollen.

Das fiktive Unternehmen habe ein umfangreiches Sortiment, d. h. die Produktpalette umfasst zahlreiche unterschiedliche Artikel. Die Artikel werden in sogenannten Bereitstellungseinheiten gelagert. Eine *Bereitstellungseinheit* ist eine logistische Einheit, z. B. eine Palette oder eine Packung. Die Lagerung der Artikel ist *sortenrein*, d. h. in dem Lagerplatz eines bestimmten Artikels ist auch nur dieser zu finden. Somit ist eine Bereitstellungseinheit auch sortenrein. Außerdem wird angenommen, dass eine Bereitstellungseinheit hinreichend viele Artikel enthält. Der weitere Aufbau des Lagers ist nicht relevant, da ein Ware-zum-Mensch-Kommissionierungsproblem vorliegt. Dabei bewegt sich der Kommissionierer nicht durch das Lager, sondern bekommt über ein Fördersystem die Ware aus dem Lager am Kommissionierplatz bereitgestellt [2, 9].

Der Übergang von der sortenreinen Lagerung zu einem meist sortenunreinen Auftrag ist die Kommissionierung. Ein Auftrag wird entweder von einem externen oder internen Auftraggeber erteilt. In beiden Fällen agiert der Auftraggeber als Kunde, wodurch für die Kommissionierung irrelevant ist, wer den Auftrag aufgegeben hat. Verschiedene Aufträge werden zu einer Auftragsserie zusammengefasst. Eine *Auftragsserie* besteht also aus einer bestimmten Anzahl an Aufträgen, die jeweils eine bestimmte Anzahl an verschiedenen Artikeln mit einer vorgegebenen Stückzahl beinhalten. Innerhalb einer Periode, z. B. eines Arbeitstags, soll die Auftragsserie bearbeitet werden. Da alle Aufträge vor Beginn der Periode bekannt sind, handelt es sich um ein Offline-Problem [9].

Am Kommissionierplatz befinden sich Stellplätze für Kommissionierbehälter, in denen die Artikel für die verschiedenen Aufträge gesammelt werden. Für jeden Auftrag wird jeweils ein Kommissionierbehälter mit hinreichender Größe zur Verfügung gestellt. Ein Kommissionierbehälter heißt „geöffnet“, sobald der erste Artikel für diesen Auftrag kommissioniert wird. Erst wenn alle Artikel zusammengestellt sind, wird der Kommissionierbehälter geschlossen und der Auftrag als fertiggestellt angesehen. Daraufhin wird der Kommissionierbehälter an einer zentralen Auftragsammelstelle abgegeben [2, 9].

In dieser Abhandlung wird sowohl die Problemstellung betrachtet, dass alle Aufträge gleichzeitig bearbeitet werden können und somit die Anzahl der Stellplätze hinreichend ist, als auch die Problemstellung, dass die Anzahl der Stellplätze begrenzt ist. Im letzteren Fall wird nur die begrenzte Anzahl Aufträge gleichzeitig bearbeitet und die restlichen Aufträge erst einmal nicht beachtet. Ist ein Auftrag fertiggestellt, wird ein neuer Kommissionierbehälter auf diesen Stellplatz gestellt, wodurch ein bisher noch nicht beachteter

Auftrag bearbeitet werden kann. Nach diesem Vorgehen werden alle Aufträge nach und nach fertiggestellt. Die Anzahl der Stellplätze wird vor der Kommissionierung bestimmt. Dies geschieht auf Grund von Erfahrungswerten oder mit Hilfe eines Optimierungsvorgangs, auf den aber nicht weiter eingegangen wird. Die Forderung, dass alle Aufträge in einer Periode bearbeitet werden, stellt eine Untergrenze für die Anzahl der Stellplätze dar [18, 9].

Der Kommissioniervorgang findet am Kommissionierplatz statt. Die Artikel werden in einer bestimmten Reihenfolge am Kommissionierplatz bereitgestellt. Dazu entnimmt ein Regalbediengerät dem Lager eine Bereitstellungseinheit eines Artikels und übergibt diese dem Fördersystem, welches die Bereitstellungseinheit zum Kommissionierplatz befördert. Der Kommissionierer entnimmt der Bereitstellungseinheit die benötigte Menge des Artikels für alle gerade zu bearbeitenden Aufträge und verteilt die Artikel daraufhin auf die entsprechenden Kommissionierbehälter. Das Fördersystem transportiert die Bereitstellungseinheit mit der Restmenge zurück ins Lager. Bei der zuvor beschriebenen ersten Problemstellung wird jeder Artikel nur einmal zur Kommissionierung bereitgestellt. Bei der zweiten Problemstellung müssen die Artikel gegebenenfalls mehrmals bereitgestellt werden, da nicht immer alle Kommissionierbehälter geöffnet sind, auf die der gerade zu kommissionierende Artikel zu verteilen ist [2, 18].

Um Zeit und damit Kosten zu sparen, kann die Artikelreihenfolge und gegebenenfalls die Auftragsreihenfolge optimiert werden. Die Auftragsreihenfolge zu optimieren ist besonders wichtig, wenn die Stellplätze für die Kommissionierbehälter begrenzt sind. Das Ziel dieser Abhandlung ist es, mithilfe verschiedener Verfahren eine effiziente Reihenfolge der Artikel und der Aufträge zu bestimmen, sodass der Zielfunktionswert minimal ausfällt. Betrachtet man beispielsweise die Zielfunktion, dass die Summe der Fertigstellungszeitpunkte aller Aufträge minimiert werden soll, dann möchte man die Minimierung des durchschnittlichen Fertigstellungszeitpunkts der Aufträge erzielen. Bei der Zielfunktion *Minimierung der summierten Stellplatzzeiten* möchte man ermitteln, wie lange die Kommissionierbehälter auf den Stellplätzen platziert sein müssen. Dieser Wert interessiert besonders, wenn beispielsweise für die Stellplätze Nutzungskosten bezahlt werden müssen.

Es gibt stets eine zulässige Lösung des Problems, eine Artikel- und Auftragsreihenfolge zu bestimmen. Dabei gilt die Bedingung, dass alle Aufträge innerhalb einer Periode bearbeitet werden. Dazu kann gegebenenfalls die vorliegende Reihenfolge beibehalten werden. In diesem Fall spricht man auch von einer topologischen Reihenfolge, bei der die Artikel der vorliegenden Reihenfolge nach kommissioniert werden. Ebenso verhält es sich bei den Aufträgen. Des Weiteren existiert stets eine optimale Lösung, die durch

vollständige Enumeration bestimmt werden könnte. Durch den hohen Rechenaufwand ist dieses Lösungsverfahren jedoch nur bei kleinen Problemen anwendbar. Da das vorliegende Problem in der Klasse NP liegt, ist es nicht in polynomialer Laufzeit lösbar. Aus diesem Grund werden Heuristiken als Lösungsverfahren genutzt. Diese lösen das Problem in polynomialer Zeit allerdings nur näherungsweise und werden in Kapitel 4 vorgestellt.

3 Mathematische Modellierung der behandelten Problemausprägungen

Die hier untersuchten Kommissionierungsprobleme bilden eine Klasse von kombinatorischen Optimierungsproblemen, die im Folgenden als mathematische Optimierungsmodelle formuliert werden.⁴

3.1 Grundlegende Modellgrößen

Im Lager befinden sich M verschiedene Artikel P_i . Diese Artikel (oder ein Teil davon) werden innerhalb einer betrachteten Planungsperiode nachgefragt. Diese Nachfragen liegen in Form von n Kommissionierungsaufträgen A_j vor und sind in einer Auftragsserie $E = \{A_1, \dots, A_n\}$ zusammengefasst. Diese Auftragsserie enthält insgesamt m verschiedene Artikel ($m \leq M$); o. B. d. A. handelt es sich dabei um die Artikel P_1, \dots, P_m .

Im Kommissionierungsbereich stehen X Stellplätze zur Verfügung. Je Auftrag wird genau ein Stellplatz beansprucht. Es wird im Folgenden vereinbart, dass ein Auftrag A_j , dem ein Stellplatz zugewiesen worden ist, solange diesen Stellplatz in Anspruch nimmt, bis der Auftrag abgeschlossen ist, d. h. sämtliche Artikel P_i , die im Auftrag A_j vorkommen, kommissioniert worden sind.

Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden: Die Anzahl der Stellplätze kann hinreichend groß sein, sodass jeder Auftrag unmittelbar einen solchen zugewiesen bekommt ($n \leq X$). In diesem Fall wird von „unbegrenzter Stellplatzanzahl“ gesprochen⁵, sodass sämtliche Aufträge einem parallelen Kommissionierungsprozess unterzogen werden können. Umgekehrt kann die Anzahl der Aufträge größer als die Anzahl der Stellplätze sein ($n > X$). In diesem Fall („begrenzte Stellplatzanzahl“) können nicht alle Aufträge „gleichzeitig“ kommissioniert werden, vielmehr müssen einige Aufträge zurückgestellt werden, bis andere Aufträge fertig kommissioniert sind und die jeweils frei gewordenen Stellplätze belegt werden können. Konsequenterweise wird im ersten Fall jeder benötigte Artikel nur

⁴ Auf der Grundlage von [2, 9, 15, 18, 6].

⁵ Grundsätzlich ist die Anzahl der Stellplätze auf natürliche Weise stets begrenzt (d. h. $X < \infty$); die Sprechweisen „unbegrenzte“ bzw. „begrenzte Stellplatzanzahl“ deuten also lediglich auf die Problemrelevanz hin.

einmal in den Kommissionierungsbereich geholt, um damit sämtliche Aufträge, in denen der jeweilige Artikel nachgefragt ist, zu bestücken. Im zweiten Fall wird es in der Regel nötig sein, einige Artikel mehrfach in den Kommissionierungsbereich zu holen.

Die Grunddaten aller hier betrachteten Kommissionierungsprobleme lassen sich in Matrixform wiedergeben.⁶

		Aufträge					
		w_{ij}	A_1	A_2	\dots	A_n	Häufigkeit
Artikel	P_1	w_{11}	w_{12}	\dots	w_{1n}	h_1	
	P_2	w_{21}	w_{22}	\dots	w_{2n}	h_2	
	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	
	P_m	w_{m1}	w_{m2}	\dots	w_{mn}	h_m	
Auftragslänge		l_1	l_2	\dots	l_n		

Eine Zuweisungsmatrix $W = (w_{ij})_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}}$ mit $w_{ij} \in \mathbb{N}_0$ enthält die Stückzahl⁷ von Artikel P_i im Auftrag A_j . Aus dieser Zuweisungsmatrix W entsteht auf kanonische Weise die zugehörige binäre Zuweisungsmatrix $\Omega = (\omega_{ij})_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}}$ durch die Setzung

$$\omega_{ij} := \begin{cases} 1 & \text{falls } w_{ij} > 0, \\ 0 & \text{falls } w_{ij} = 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

Die binären Werte ω_{ij} geben an, ob der Artikel P_i im Auftrag A_j vorkommt oder nicht; dabei spielen die Stückzahlen eine untergeordnete Rolle. Die Häufigkeit h_i eines Artikels P_i gibt an, in wie vielen Aufträgen dieser Artikel vorkommt ($i = 1, \dots, m$). Die Häufigkeitswerte ergeben sich als Zeilensummen der binären Zuweisungsmatrix:

$$h_i := \sum_{j=1}^n \omega_{ij}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.2)$$

Die Anzahl von verschiedenen Artikeln pro Auftrag (d. h. Anzahl der Positionen eines Auftrages) werden als Auftragslänge l_j bezeichnet ($j = 1, \dots, n$). Diese Werte ergeben sich als Spaltensummen der binären Zuweisungsmatrix:

$$l_j := \sum_{i=1}^m \omega_{ij}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (3.3)$$

⁶ An dieser Stelle sei auf [10] verwiesen; dort wird ein konkretes Beispiel mit expliziten Berechnungen der im Folgenden entwickelten Modellgrößen vorgestellt.

⁷ Der Einfachheit halber wird hier von „Stückzahl“ gesprochen, wodurch die handelsübliche Mengeneinheit eines Artikels verallgemeinert wird.

Bei begrenzter Anzahl an Stellplätzen wird eine $m \times X$ -Matrix W^* benötigt:

$$W^* = (w_{ij_k}^*)_{\substack{i=1,\dots,m \\ k=1,\dots,X}} \text{ mit } j_k \in \{1, \dots, n\}. \quad (3.4)$$

Diese besteht aus X Spalten aus der Zuweisungsmatrix W , wobei die Aufträge, also die Spalten, in beliebiger Reihenfolge aufgeführt sind. Diese bestehen aus den Aufträgen, die aktuell zur Kommissionierung anstehen. Die Artikelreihenfolge (von oben nach unten) wird dadurch nicht beeinflusst, wohl aber die Auftragsreihenfolge (von links nach rechts). O. B. d. A. soll der Bequemlichkeit halber auf die Doppelindizierung $j_k \in \{1, \dots, n\}$ für $k = 1, \dots, X$ verzichtet und entsprechende Umnummerierungen $j = 1, \dots, X$ vereinbart werden.

Jeder Artikel P_i hat eine *Holzzeit* H_i und eine *Kommissionierzeit* K_i . Die Holzzeit eines Artikels ist unabhängig von der benötigten Stückzahl, da die Artikel in einer Bereitstellungseinheit zur Verfügung stehen. Die Kommissionierzeit gilt für eine Mengeneinheit eines Artikels und wird deshalb mit der Stückzahl des Artikels multipliziert. Somit lässt sich ohne Stellplatzbegrenzung die *Bearbeitungszeit* B_i eines Artikels P_i wie folgt berechnen:

$$B_i = H_i + K_i \cdot \sum_{j=1}^n w_{ij} \text{ für } i = 1, \dots, m. \quad (3.5)$$

Wenn die Stellplätze begrenzt sind, muss bei der Berechnung der Bearbeitungszeit darauf geachtet werden, ob die aktuell zu bearbeitenden Aufträge den Artikel enthalten. Ist der Artikel nicht enthalten, muss er auch nicht zur Kommissionierung bereitgestellt werden. Die Bearbeitungszeit ist somit von den Aufträgen, die sich aktuell im Kommissionierbereich befinden, abhängig und wird folgendermaßen berechnet:

$$B_i^* = \begin{cases} H_i + K_i \cdot \sum_{j=1}^X w_{ij}^* & \text{falls } \sum_{j=1}^X w_{ij}^* \neq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \text{ für } i = 1, \dots, m. \quad (3.6)$$

Die *Auftragsreihenfolge* ist eine Permutation $\alpha = (\alpha(1), \dots, \alpha(n))$ der Menge $\{1, \dots, n\}$, wobei gilt: $\alpha(k) \neq \alpha(l)$ für $k \neq l$. Sie gibt an, in welcher Reihenfolge die Aufträge bearbeitet werden. Die *Artikelreihenfolge* ist eine Permutation $\pi = (\pi(1), \dots, \pi(m))$ der Menge $\{1, \dots, m\}$, wobei ebenso gilt: $\pi(k) \neq \pi(l)$ für $k \neq l$. Mit Π_m wird die Menge aller Permutationen der Menge $\{1, \dots, m\}$ bezeichnet. Die Mächtigkeit von Π_m ist $|\Pi_m| = m!$. Dies ist die Anzahl der verschiedenen Artikelreihenfolgen. Die Anzahl der verschiedenen Auftragsreihenfolgen ist $n!$ und wird analog berechnet. Aus diesem Grund werden heuristische Verfahren benötigt, um eine geeignete Artikel- und Auftragsreihenfolge zu bestimmen.

Die Auftrags- oder Artikelreihenfolge ohne Umsortierung wird als *topologische Reihenfolge* bezeichnet, d. h. $\alpha = (1, \dots, n)$ und $\pi = (1, \dots, m)$. Wird nun die Reihenfolge der Artikel oder Aufträge verändert, zieht es eine Veränderung der Zuweisungsmatrix mit sich:

$$W(\pi, \alpha) = (w_{ij}^{\pi\alpha})_{\substack{i=1,\dots,m \\ j=1,\dots,n}} \text{ mit } w_{ij}^{\pi\alpha} = w_{\pi(i),\alpha(j)}. \quad (3.7)$$

Vereinbarung 1:

Die Zuweisungsmatrix ist immer abhängig von der jeweils betrachteten Artikel- und Auftragsreihenfolge. O. B. d. A. soll die Verdeutlichung, dass es sich um diese Abhängigkeit handelt, vernachlässigt werden. Somit wird nur die Bezeichnung W für die Zuweisungsmatrix genutzt.

Wie bereits oben erwähnt, wird ein Kommissionierbehälter als geöffnet angesehen, sobald der erste Artikel für diesen Auftrag kommissioniert wird. Es existiert für jeden Auftrag ein Artikel, der den Auftrag beginnt, und ein Artikel, der den Auftrag abschließt. Bzgl. der Permutation $\pi = (\pi(1), \dots, \pi(m))$ der Artikelreihenfolge wird für jeden Auftrag A_j auf kanonische Weise ein Index $s_\pi(j) \in \{1, \dots, m\}$ induziert, sodass der Artikel $P_{\pi(s_\pi(j))}$ den Auftrag *beginnt*, wobei $w_{\pi(s_\pi(j)), j} > 0$ und $w_{\pi(k), j} = 0$ für alle $k < s_\pi(j)$ gilt. Der Artikel $P_{\pi(s_\pi(j))}$ wird als $s_\pi(j)$ -ter Artikel kommissioniert bzw. hat die Stelle $s_\pi(j)$ in der Artikelreihenfolge. Außerdem wird anhand der Artikelreihenfolge π für jeden Auftrag A_j ein Index $\tilde{s}_\pi(j) \in \{1, \dots, m\}$ bestimmt, mit dem der Artikel $\pi(\tilde{s}_\pi(j))$ den Auftrag *abschließt*. Es muss $w_{\pi(\tilde{s}_\pi(j)), j} > 0$ und $w_{\pi(k), j} = 0$ für alle $k > \tilde{s}_\pi(j)$ gelten.

Der Index $s_\pi(j)$ gibt das erste Nichtnullelement in der Spalte j der gemäß Artikelreihenfolge π umgestellten Zuweisungsmatrix an und ist der *Anfangszeitpunkt* s_j des Auftrags A_j , d. h. $s_j = s_\pi(j)$. Das letzte Nichtnullelement wird durch den Index $\tilde{s}_\pi(j)$ angegeben. Der *Endzeitpunkt* der Kommissionierung ist $\tilde{s}_j = \tilde{s}_\pi(j)$.

$$w_{\pi(k), j} \begin{cases} = 0 & \text{falls } k < s_j \\ > 0 & \text{falls } k = s_j \\ \geq 0 & \text{falls } s_j < k < \tilde{s}_j \\ > 0 & \text{falls } k = \tilde{s}_j \\ = 0 & \text{falls } k > \tilde{s}_j \end{cases} \quad (3.8)$$

Es gibt zwei Arten, den Fertigstellungszeitpunkt eines Auftrags zu bestimmen. Entweder betrachtet man die zeitgleiche Fertigstellung oder die spezifizierte Fertigstellung. Bei der *zeitgleichen Fertigstellung* wird ein Auftrag A_j als fertig angesehen, wenn der letzte

Artikel des Auftrags in alle geöffneten Kommissionierbehälter gepackt ist. Der *Fertigstellungszeitpunkt* des Auftrags wird mit f_j bezeichnet. Die Auftragsreihenfolge ist nicht relevant, wenn alle Aufträge gleichzeitig bearbeitet werden. Sind die Stellplätze begrenzt, ist die Auftragsreihenfolge von Bedeutung, da nur ein Teil der Aufträge gleichzeitig bearbeitet wird und somit der Fertigstellungszeitpunkt des Auftrags von der Auftragsreihenfolge wesentlich abhängt. Werden alle Aufträge gleichzeitig bearbeitet, berechnet sich der Fertigstellungszeitpunkt für einen Auftrag A_j wie folgt:

$$f_j = \sum_{k=1}^{\tilde{s}_j} B_{\pi(k)} = \sum_{k=1}^{\tilde{s}_j} \left(H_{\pi(k)} + K_{\pi(k)} \cdot \sum_{l=1}^n w_{\pi(k),l} \right) \quad \text{für } j = 1, \dots, n \quad (3.9)$$

Bei begrenzter Anzahl an Stellplätzen muss bei der Formel für den Fertigstellungszeitpunkt eines Auftrags einiges beachtet werden. Da nicht alle Aufträge gleichzeitig bearbeitet werden können, müssen die Artikel gegebenenfalls mehrfach geholt werden. Die Bearbeitung der Aufträge erfolgt in mehreren Schritten. In jedem Schritt befinden sich bis zu X Aufträge im Kommissionierbereich, wodurch die Artikel eine angepasste Bearbeitungszeit haben, wie in Formel (3.6) angegeben. In jedem Schritt $k = 1, \dots, K$ wird mindestens ein Auftrag fertig kommissioniert, sodass für die Anzahl der Schritte gilt: $K \leq n$. In jedem Schritt k wird zunächst ermittelt, welcher der X Aufträge den geringsten Endzeitpunkt hat. Dieser wird mit $\tilde{g}^{(k)}$ bezeichnet. Für den Schritt k werden in Anlehnung an (3.6) folgende Teilbearbeitungszeiten ermittelt:

$$B_{\pi(i)}^{(k)} = \begin{cases} H_{\pi(i)} + K_{\pi(i)} \cdot \sum_{l=1}^X w_{\pi(i),l}^* & \text{falls } \sum_{l=1}^X w_{\pi(i),l}^* \neq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für } i = 1, \dots, \tilde{g}^{(k)}. \quad (3.10)$$

Anschließend wird die Matrix W^* aktualisiert, indem die Bedarfswerte $w_{\pi(i),l}^*$ für $i = 1, \dots, \tilde{g}^{(k)}$ und $l = 1, \dots, X$ auf null gesetzt und die Spalten der abgeschlossenen Aufträge durch neue Aufträge gemäß der Auftragsreihenfolge ersetzt werden. Durch schrittweise Fortsetzung ($k = 1, \dots, K$) wird jeder Auftrag A_j abgeschlossen, und zwar im k_j -ten Schritt mit $k_j \in \{1, \dots, K\}$.

Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich der *Fertigstellungszeitpunkt* f_j^* für die Aufträge A_j als Summen der Teilbearbeitungszeiten:

$$f_j^* = \sum_{k=1}^{k_j} \sum_{g=1}^{\tilde{g}^{(k)}} B_{\pi(g)}^{(k)} \quad \text{für } j = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

$$\text{mit } B_{\pi(g)}^{(k)} = \begin{cases} H_{\pi(g)} + K_{\pi(g)} \cdot \sum_{l=1}^X w_{\pi(g),l}^* & \text{falls } \sum_{l=1}^X w_{\pi(g),l}^* \neq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bei der *spezifizierten Fertigstellung* ist ein Auftrag fertiggestellt, sobald der letzte Artikel in den Kommissionierbehälter gepackt wird. Somit verkürzt sich die Kommissionierzeit des letzten Artikels um die Zeit, die benötigt wird, um die Kommissionierbehälter der Aufträge innerhalb der Auftragsreihenfolge hinter dem Auftrag $A_{\alpha(j)}$ mit dem jeweiligen Artikel zu bestücken. Dadurch ist die Auftragsreihenfolge von Bedeutung. Diese Art der Fertigstellung wird nur betrachtet, wenn die Stellplätze unbegrenzt sind. Der *spezifische Fertigstellungszeitpunkt* f_j^+ des Auftrags $A_{\alpha(j)}$ berechnet sich folgendermaßen:

$$f_j^+ = \sum_{k=1}^{\tilde{s}_j-1} B_{\pi(k)} + H_{\pi(\tilde{s}_j)} + K_{\pi(\tilde{s}_j)} \cdot \sum_{l=1}^j w_{\pi(\tilde{s}_j),l} \quad \text{für } j = 1, \dots, n. \quad (3.12)$$

Ein weiteres Maß für die Dauer eines Auftrags A_j ist die *Durchlaufzeit* D_j . Bei gleichzeitiger Bearbeitung aller Aufträge unterschiede sich die Durchlaufzeit nicht vom Fertigstellungszeitpunkt. Ist die Anzahl der Stellplätze jedoch begrenzt, dann ist die Durchlaufzeit geringer oder gleich dem Fertigstellungszeitpunkt, d. h. $D_j \leq f_j^*$. Es gelten dieselben Voraussetzungen wie bei der Berechnung des Fertigstellungszeitpunkts, allerdings beginnt bei den Durchlaufzeiten die Summierung erst dann, wenn der Kommissionierbehälter für den Auftrag A_j auf einen freien Stellplatz gestellt und der Auftrag bearbeitet wird. In Analogie zur Bestimmung des Schrittes k_j , in welchem der Auftrag A_j abgeschlossen wird, muss nun auch der Schritt κ_j bestimmt werden, in welchem der Auftrag A_j einen Stellplatz zugewiesen bekommt. Die Formel für die Durchlaufzeit D_j für den Auftrag A_j ergibt sich dann wie folgt:

$$D_j = \sum_{k=\kappa_j}^{k_j} \sum_{g=1}^{\tilde{g}^{(k)}} B_{\pi(g)}^{(k)} \quad \text{für } j = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

mit $B_{\pi(g)}^{(k)} = \begin{cases} H_{\pi(g)} + K_{\pi(g)} \cdot \sum_{l=1}^X w_{\pi(g),l}^* & \text{falls } \sum_{l=1}^X w_{\pi(g),l}^* \neq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

Demgegenüber wird bei gleichzeitiger Bearbeitung der Aufträge eine *Kommissionierdauer* d_j eines Auftrags A_j betrachtet. Dies ist die Zeit, die der Kommissionierbehälter eines Auftrags auf einem Stellplatz verweilt. Deswegen wird die Kommissionierdauer auch *Stellplatzzeit* genannt. Für die Kommissionierdauer d_j wird die Bearbeitungszeit vom Anfangszeitpunkt s_j bis zum Endzeitpunkt \tilde{s}_j der Kommissionierung des Auftrags A_j aufsummiert. Dabei ist es irrelevant, ob der Auftrag alle Artikel enthält, die in der Zeit kommissioniert werden.

$$d_j = \sum_{k=s_j}^{\tilde{s}_j} B_{\pi(k)} = \sum_{k=s_j}^{\tilde{s}_j} \left(H_{\pi(k)} + K_{\pi(k)} \cdot \sum_{l=1}^n w_{\pi(k),l} \right) \quad \text{für } j = 1, \dots, n \quad (3.14)$$

Es wird angestrebt, dass in den Spalten der Zuweisungsmatrix W keine Nullelemente zwischen dem ersten und dem letzten Nichtnullelement stehen, um den Auftrag ohne Zeit verursachende Unterbrechungen zu bearbeiten. Diese Zeit verursachenden Unterbrechungen in einem Auftrag A_j ist die *Unproduktivzeit* u_j . Dabei wird zwischen dem Anfangs- und Endzeitpunkt eines Auftrags die Bearbeitungszeit aufsummiert, die benötigt wird, um die Artikel zu kommissionieren, die nicht in dem jeweiligen Auftrag enthalten sind. Die Formel für die Unproduktivzeit u_j eines Auftrags A_j lautet:

$$u_j = \sum_{k=s_j}^{\tilde{s}_j} \tilde{B}_{\pi(k)} \quad \text{für } j = 1, \dots, n \quad (3.15)$$

$$\text{mit } \tilde{B}_{\pi(k)} = \begin{cases} H_{\pi(k)} + K_{\pi(k)} \cdot \sum_{l=1}^n w_{\pi(k), l} & \text{falls } w_{\pi(k), j} = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Bei Betrachtung der Formeln (3.14) und (3.15) ist zu erkennen, dass für einen Auftrag A_j die Unproduktivzeit u_j immer kürzer ist als die Kommissionierdauer d_j . Der Wert für die Kommissionierdauer d_j eines Auftrags A_j ist wiederum kleiner oder gleich dem Wert des Fertigstellungszeitpunkts f_j . Demnach gilt für diese drei Werte:

$$u_j < d_j \leq f_j \quad \text{für } j = 1, \dots, n \quad (3.16)$$

Anhand dieser eingeführten Zeiten lassen sich verschiedene Zielfunktionen ableiten (siehe Tabelle 1), die aus der Praxis kommende Kennwerte widerspiegeln. Alle im Folgenden betrachteten Zielfunktionen werden als Minimierungsproblem formuliert. Einige Zielgrößen, wie beispielsweise die Unproduktivzeit und die Kommissionierdauer, sind abhängig voneinander, unterscheiden sich aber in der Interpretation der Lösung. Es wird zwischen Zielfunktionen für Problemstellungen mit und ohne Stellplatzbegrenzung unterschieden.

z_i	Abkürzung	Zielfunktion
z_1	$\sum f$	Minimierung der summierten Fertigstellungszeitpunkte
z_2	$\sum B$	Minimierung des maximalen Fertigstellungszeitpunkts
z_3	$\sum f^+$	Minimierung der summierten spezifischen Fertigstellungszeitpunkte
z_4	$\sum u$	Minimierung der summierten Unproduktivzeiten
z_5	$\max u$	Minimierung der maximalen Unproduktivzeit
z_6	$\sum d$	Minimierung der summierten Stellplatzzeiten
z_7	$\max x$	Minimierung der Anzahl der Stellplätze
z_8	$\sum f^*$	Minimierung der summierten Fertigstellungszeitpunkte
z_9	$\max f^*$	Minimierung des maximalen Fertigstellungszeitpunkts
z_{10}	$\sum D$	Minimierung der summierten Durchlaufzeiten

Tabelle 1: Zielfunktionen im Überblick

3.2 Problemstellungen ohne Stellplatzbegrenzung

Diese Zielfunktionen sind nur auf Problemstellungen anzuwenden, bei denen die Stellplätze unbegrenzt sind ($X \geq n$) und somit alle Aufträge gleichzeitig bearbeitet werden können. Die Artikel werden einmalig zur Kommissionierung bereitgestellt, da sie auf alle Kommissionierbehälter, deren Aufträge den Artikel enthalten, verteilt werden können. Abgesehen von der Zielfunktion *Minimierung der summierten spezifischen Fertigstellungszeitpunkte* ist die Auftragsreihenfolge für den Zielfunktionswert nicht relevant.⁸

3.2.1 Minimierung der summierten Fertigstellungszeitpunkte

Bei dieser Zielfunktion werden die Fertigstellungszeitpunkte aller Aufträge summiert. Dabei ist die Fertigstellung der Aufträge zeitgleich und wird nach der Formel (3.9) berechnet.

$$\min ! z_1(\pi) = \sum_{j=1}^n f_j = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{\tilde{s}_j} B_{\pi(k)} \quad (3.17)$$

Durch diese Zielfunktion wird ebenso der durchschnittliche Fertigstellungszeitpunkt aller Aufträge minimiert. Der Unterschied liegt an einem konstanten Faktor, der allerdings für die Minimierung irrelevant ist. Um den *durchschnittlichen Fertigstellungszeitpunkt*

⁸ Die explizite Berechnung dieser Zielfunktionswerte an einem Beispiel findet man in [10],

über alle Aufträge zu erhalten, wird der Zielfunktionswert durch die Anzahl der Aufträge dividiert.

$$\bar{z}_1(\pi) = \frac{z_1(\pi)}{n} \quad (3.18)$$

3.2.2 Minimierung des maximalen Fertigstellungszeitpunkts

Diese Zielfunktion ist ähnlich zu der ersten. Allerdings wird statt der Summe der Fertigstellungszeitpunkte nun der maximale Fertigstellungszeitpunkt der Aufträge minimiert.

$$\min ! z_2(\pi) = \max\{f_1, \dots, f_n\} \quad (3.19)$$

Angenommen eine Periode zum Bearbeiten der Aufträge sei ein Arbeitstag, dann wird durch diese Zielfunktion der „früheste Feierabend“ bestimmt. Da die Artikel mindestens in einem Auftrag vorkommen, gibt es immer einen Auftrag, der den letzten Artikel in der Artikelreihenfolge enthält. Somit gibt es mindestens einen Auftrag, für den der Fertigstellungszeitpunkt die Summe aller Bearbeitungszeiten ist. Daher ist diese Zielfunktion weder von der Auftragsreihenfolge noch von der Artikelreihenfolge abhängig. Aus diesem Grund kann die Zielfunktion auch folgendermaßen formuliert werden:

$$z_2 = \sum_{k=1}^m B_k \quad (3.20)$$

Da die Zielfunktion für jede beliebige Artikelreihenfolge stets denselben Wert liefert, stellt sie ein triviales Optimierungsproblem dar und bleibt im Folgenden unbeachtet.

3.2.3 Minimierung der summierten spezifischen Fertigstellungszeitpunkte

Mit dieser Zielfunktion wird der durchschnittliche spezifische Fertigstellungszeitpunkt der Aufträge minimiert. Dazu werden die spezifischen Fertigstellungszeitpunkte aller Aufträge summiert. Sowohl die Artikelreihenfolge als auch die Auftragsreihenfolge ist dabei relevant.

$$\min ! z_3(\pi, \alpha) = \sum_{j=1}^n f_j^+ = \sum_{j=1}^n \left(\sum_{k=1}^{\tilde{s}_j-1} B_{\pi(k)} + H_{\pi(\tilde{s}_j)} + K_{\pi(\tilde{s}_j)} \cdot \sum_{l=1}^j w_{\pi(\tilde{s}_j), l} \right) \quad (3.21)$$

Die Summe der spezifischen Fertigstellungszeitpunkte über alle Aufträge ist immer kleiner oder gleich der Summe der Fertigstellungszeitpunkte der Aufträge bei zeitgleicher Fertigstellung. Somit gilt für die beiden Zielfunktionen:

$$z_3(\pi, \alpha) \leq z_1(\pi) \quad (3.22)$$

3.2.4 Minimierung der summierten Unproduktivzeiten

Für diese Zielfunktion werden die Unproduktivzeiten aller Aufträge gemäß Formel (3.15) summiert:

$$\min ! z_4(\pi) = \sum_{j=1}^n u_j. \quad (3.23)$$

Abhängig von der Auftragsserie kann mit einer effizienten Artikelreihenfolge die Zielfunktion den Wert null annehmen. Dies ist genau dann der Fall, wenn in jedem Auftrag keine Nullelemente zwischen den Nichtnullelementen stehen.

Werden nicht nur Zeiten, sondern auch Kosten betrachtet, ist diese Zielfunktion die Summe der unproduktiven Stellplatzmieten. Dabei wird der ursprüngliche Zielfunktionswert mit einem konstanten Faktor, welcher die Stellplatzmiete pro Zeiteinheit ist, multipliziert.

3.2.5 Minimierung der maximalen Unproduktivzeit

Diese Zielfunktion ist ähnlich zu der vorherigen Zielfunktion. Es wird die maximale Unproduktivzeit der Aufträge minimiert:

$$\min ! z_5(\pi) = \max\{u_1, \dots, u_n\} \quad (3.24)$$

Erneut kann die Zielfunktion den Wert null annehmen, wenn es die Auftragsserie zulässt und eine effiziente Artikelreihenfolge genutzt wird.

3.2.6 Minimierung der summierten Stellplatzzeiten

Die Stellplatzzeit eines Auftrags ist ebenso die Kommissionierdauer eines Auftrags; um diese zu berechnen siehe Formel (3.14). Bei der Zielfunktion werden die Stellplatzzeiten aller Aufträge summiert:

$$\min ! z_6(\pi) = \sum_{j=1}^n d_j = \sum_{j=1}^n \sum_{k=s_j}^{\bar{s}_j} B_{\pi(k)} \quad (3.25)$$

Diese Zielfunktion ist ähnlich zu der Zielfunktion Minimierung der summierten Unproduktivzeiten. Der Unterschied liegt darin, dass jetzt alle Bearbeitungszeiten vom Artikel des Anfangszeitpunktes des Auftrags bis zum Artikel des Endzeitpunktes über alle Aufträge summiert werden und nicht nur die, bei denen der zugehörige Zuweisungsmatrixwert null ist. Aufgrund der Relation (3.16) ist die Summe der Stellplatzzeiten immer größer

als die Summe der Unproduktivzeiten allerdings auch kleiner oder gleich der Summe der Fertigstellungszeitpunkte:

$$z_4(\pi) < z_6(\pi) \leq z_1(\pi) \quad (3.26)$$

3.2.7 Minimierung der Anzahl der Stellplätze

Mit dieser Zielfunktion soll die Anzahl der benötigten Stellplätze für die Aufträge minimiert werden:

$$\min! z_7(\pi) = x \quad (3.27)$$

Das einmalige Holen der Artikel muss weiterhin beachtet werden. Die Anzahl der benötigten Stellplätze ist immer größer oder gleich der maximalen Häufigkeit der Artikel. Eine Obergrenze für diesen Wert stellt die Anzahl der Aufträge dar.

$$\max\{h_1, \dots, h_m\} \leq x \leq n \quad (3.28)$$

Um die Anzahl der benötigten Stellplätze zu ermitteln, wird für jeden Artikel ein Wert x_i berechnet. Dieser Wert gibt an, wie viele Aufträge zum Zeitpunkt der Kommissionierung des Artikels einen Stellplatz beanspruchen. Dabei wird über alle Aufträge der Wert 1 summiert, wenn der Artikel in der Artikelreihenfolge zwischen dem Artikel, der den Auftrag beginnt, und dem Artikel, der den Auftrag abschließt, liegt. Die Formel zur Berechnung des Wertes x_i eines Artikels P_i lautet:

$$x_i = \sum_{\substack{j=1 \\ s_j \leq i \leq \bar{s}_j}}^n 1 \text{ für } i = 1, \dots, m \quad (3.29)$$

Der Zielfunktionswert ist demnach das Maximum der x_i -Werte, welches die Anzahl der benötigten Stellplätze darstellt:

$$\min! z_7(\pi) = x = \max\{x_1, \dots, x_m\} \quad (3.30)$$

3.3 Problemstellungen mit Stellplatzbegrenzung

Auf Problemstellungen mit begrenzter Anzahl an Stellplätzen sind die folgenden drei Zielfunktionen anwendbar.⁹ Durch die begrenzte Anzahl an Stellplätzen kann nur ein Teil der Aufträge gleichzeitig bearbeitet werden, daher ist neben der Artikelreihenfolge auch die Auftragsreihenfolge von Bedeutung. Da nicht zwangsläufig alle Aufträge, die den

⁹ Die explizite Berechnung der zugehörigen Zielfunktionswerte an einem Beispiel findet man ebenfalls in [10].

gerade zu kommissionierenden Artikel enthalten, gleichzeitig bearbeitet werden, müssen die Artikel gegebenenfalls mehrmalig zur Kommissionierung bereitgestellt werden.

3.3.1 Minimierung der summierten Fertigstellungszeitpunkte

Diese Zielfunktion summiert die Fertigstellungszeitpunkte aller Aufträge unter Berücksichtigung der Stellplatzbegrenzung. Dabei wird eine zeitgleiche Fertigstellung der Aufträge angenommen. Der Fertigstellungszeitpunkt f_j^* eines Auftrags A_j bei begrenzter Anzahl an Stellplätzen ergibt sich laut Formel (3.11). Es werden X Aufträge gemäß der Auftragsreihenfolge im Kommissionierbereich bearbeitet. Aus den Aufträgen wird zuerst der mit der kürzesten Bearbeitungszeit fertiggestellt, d. h. der Auftrag mit dem minimalen Endzeitpunkt aller Aufträge im Kommissionierbereich. Dazu werden alle Artikel, die zur Fertigstellung des Auftrags benötigt werden, auf die jeweiligen Kommissionierbehälter der Aufträge im Kommissionierbereich verteilt. Nicht zwingend wird der Auftrag zuerst fertiggestellt, der in der Auftragsreihenfolge vor einem anderen steht.

$$\min! z_8(\pi, \alpha) = \sum_{j=1}^n f_j^* = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{k_j} \sum_{g=1}^{\tilde{g}^{(k)}} B_{\pi(g)}^{(k)} \quad (3.31)$$

3.3.2 Minimierung des maximalen Fertigstellungszeitpunkts

Für diese Zielfunktion wird der maximale Fertigstellungszeitpunkt aller Aufträge unter Berücksichtigung der Stellplatzbegrenzung ermittelt.

$$\min! z_9(\pi, \alpha) = \max\{f_1^*, \dots, f_n^*\} \quad (3.32)$$

Wie im vorherigen Abschnitt 3.3.1 beschrieben, werden die Fertigstellungszeitpunkte unter Berücksichtigung der Stellplatzbegrenzung gemäß Formel (3.11) berechnet. Da bei der Berechnung nicht alle Aufträge gleichzeitig bearbeitet werden, handelt es sich im Gegensatz zu der Zielfunktion z_2 um ein NP-schweres Problem.

3.3.3 Minimierung der summierten Durchlaufzeiten

Unter Berücksichtigung der Stellplatzbegrenzung summiert diese Zielfunktion die Durchlaufzeiten aller Aufträge. Demnach wird die Zeit ermittelt, wie lange alle Aufträge insgesamt im Kommissionierbereich verweilen. Für die Berechnung der Durchlaufzeit D_j eines Auftrags A_j bei begrenzter Anzahl an Stellplätzen siehe Formel (3.13). Wie bereits im Abschnitt 3.3.1 erwähnt, werden X Aufträge gemäß der Auftragsreihenfolge im Kommissionierbereich bearbeitet. Aus den Aufträgen wird zuerst der mit der kürzesten Bearbeitungszeit fertiggestellt, d. h. der Auftrag mit dem minimalen Endzeitpunkt aller Aufträge im Kommissionierbereich. Dazu werden laut der Artikelreihenfolge der erste

Artikel bis zum Artikel des Endzeitpunkts des Auftrags auf die jeweiligen Kommissionierbehälter der Aufträge im Kommissionierbereich verteilt. Nicht zwingend wird der Auftrag zuerst fertiggestellt, der in der Auftragsreihenfolge vor einem anderen steht.

$$\min ! z_{10}(\pi, \alpha) = \sum_{j=1}^n D_j = \sum_{j=1}^n \sum_{k=\kappa_j}^{k_j} \sum_{g=1}^{\tilde{g}^{(k)}} B_{\pi(g)}^{(k)} \quad (3.33)$$

Anders als bei der Berechnung des Fertigstellungszeitpunkts in Abschnitt 3.3.1 beginnt die Summierung der kumulierten Bearbeitungszeiten erst, wenn der Kommissionierbehälter des jeweiligen Auftrags im Kommissionierbereich einen Stellplatz zugewiesen bekommt. Da die Durchlaufzeit eines Auftrags immer kleiner oder gleich dem Fertigstellungszeitpunkt des Auftrags ist, so gilt dies auch bei der Summe aller Aufträge und damit:

$$z_{10}(\pi, \alpha) \leq z_8(\pi, \alpha) \quad (3.34)$$

4 Verfahren

In diesem Kapitel werden verschiedene heuristische Verfahren vorgestellt, um eine effiziente Artikel- und Auftragsreihenfolge zu ermitteln (Abschnitt 4.1 bzw. Abschnitt 4.2). Dabei handelt es sich um Eröffnungs- bzw. Konstruktionsverfahren. Ebenso wird auf Verbesserungsverfahren eingegangen, die zur Optimierung der Artikelreihenfolge verwendet werden (Abschnitt 4.3). Als „Startlösung“ für die Verbesserungsverfahren wird die Lösung eines Eröffnungsverfahrens aus Abschnitt 4.1 genutzt.

In den Verfahren werden die Artikel bzw. die Aufträge nach gewissen Kriterien sortiert. Dabei weisen die Kriterien unterschiedliche Prioritäten auf. Es werden ein bis zwei Kriterien für die Sortierung genutzt. Überwiegend werden Verfahren vorgestellt, die eine effiziente Lösung liefern. Allerdings gibt es auch Verfahren, deren Lösungen per se ineffizient sind. Dadurch soll verdeutlicht werden, dass *keine* Sortierung der topologischen Reihenfolge besser ist als eine nach „verschlimmbessernden“ Kriterien.

4.1 Artikelreihenfolgeverfahren

Es werden 19 verschiedene Artikelreihenfolgeverfahren vorgestellt. Durch die Verfahren werden verschiedene Artikelreihenfolgen bestimmt. Einige Verfahren wurden gezielt für spezielle Zielfunktionen entwickelt.¹⁰ Grundsätzlich aber lassen sich die Verfahren generell anwenden, also auch auf Zielfunktionen, für die sie nicht spezifisch entwickelt wurden. Demnach kann entsprechend der Wahl der Zielfunktion die Effizienz der Verfahren gewissen Schwankungen unterliegen (hierzu siehe Kapitel 5).

Eine Gesamtübersicht über die 19 verschiedenen Artikelreihenfolgeverfahren wird in folgender Tabelle 2 geliefert.

¹⁰ Hierzu siehe [2, 18, 15, 9, 6].

Abkürzung	Verfahren
PTopo	Anordnung in topologischer Reihenfolge
MinBMaxH	Anordnung nach minimaler Bearbeitungszeit und maximaler Häufigkeit
MaxBMaxH	Anordnung nach maximaler Bearbeitungszeit und maximaler Häufigkeit
MinHTopo	Anordnung nach minimaler Häufigkeit und topologischer Reihenfolge
MaxHTopo	Anordnung nach maximaler Häufigkeit und topologischer Reihenfolge
MaxHMinB	Anordnung nach maximaler Häufigkeit und minimaler Bearbeitungszeit
MaxHMaxB	Anordnung nach maximaler Häufigkeit und maximaler Bearbeitungszeit
ZAufH	Anordnung nach zum Zentrum aufsteigender Häufigkeit
ZAbH	Anordnung nach zum Zentrum absteigender Häufigkeit
MinATopo	Anordnung nach minimaler Auftragslänge und topologischer Reihenfolge
MinAMinB	Anordnung nach minimaler Auftragslänge und minimaler Bearbeitungszeit
MinAMaxB	Anordnung nach minimaler Auftragslänge und maximaler Bearbeitungszeit
MinAMinH	Anordnung nach minimaler Auftragslänge und minimaler Häufigkeit
MinAMaxH	Anordnung nach minimaler Auftragslänge und maximaler Häufigkeit
MaxATopo	Anordnung nach maximaler Auftragslänge und topologischer Reihenfolge
MaxAMinB	Anordnung nach maximaler Auftragslänge und minimaler Bearbeitungszeit
MaxAMaxB	Anordnung nach maximaler Auftragslänge und maximaler Bearbeitungszeit
MaxAMinH	Anordnung nach maximaler Auftragslänge und minimaler Häufigkeit
MaxAMaxH	Anordnung nach maximaler Auftragslänge und maximaler Häufigkeit

Tabelle 2: Artikelreihenfolgeverfahren im Überblick

4.1.1 Anordnung in topologischer Reihenfolge

Bei der Anordnung der Artikel in topologischer Reihenfolge wird die vorliegende Reihenfolge beibehalten. Es findet keine Umsortierung der Artikel statt. Somit wird Artikel P_i unmittelbar vor Artikel P_{i+1} für $i = 1, \dots, m - 1$ kommissioniert. Für die Artikelreihenfolge muss demnach gelten: $\pi = (1, \dots, m)$. Das Verfahren *Anordnung in topologischer Reihenfolge* (PTopo) beschreibt eine Trivialstrategie. Anhand dieser wird das Optimierungspotenzial der übrigen Artikelreihenfolgeverfahren aufgezeigt.

4.1.2 Anordnung nach minimaler Bearbeitungszeit und maximaler Häufigkeit

Das Verfahren *Anordnung nach minimaler Bearbeitungszeit und maximaler Häufigkeit* (MinBMaxH) sortiert die Artikel nach zwei Kriterien. Die Sortierung der Artikel erfolgt zunächst nach der minimalen Bearbeitungszeit. Weisen mehrere Artikel dieselbe Bearbeitungszeit auf, so werden diese nach dem zweiten Kriterium – der maximalen Häufigkeit – sortiert. Kann trotz beider Kriterien keine eindeutige Reihenfolge festgelegt werden, so werden diese Artikel topologisch sortiert.

4.1.3 Anordnung nach maximaler Bearbeitungszeit und maximaler Häufigkeit

Das Verfahren *Anordnung nach maximaler Bearbeitungszeit und maximaler Häufigkeit* (MaxBMaxH) sortiert die Artikel zunächst nach der maximalen Bearbeitungszeit. Das zweite Kriterium sortiert die Artikel nach der maximalen Häufigkeit, wenn mehrere Artikel dieselbe Bearbeitungszeit aufweisen. Kann anhand beider Kriterien keine eindeutige Reihenfolge festgelegt werden, so werden diese Artikel topologisch sortiert.

4.1.4 Anordnung nach minimaler Häufigkeit und topologischer Reihenfolge

Bei dem Verfahren *Anordnung nach minimaler Häufigkeit und topologischer Reihenfolge* (MinHTopo) werden die Artikel nach der minimalen Häufigkeit sortiert. Weisen mehrere Artikel dieselbe Häufigkeit auf, werden diese topologisch sortiert.

4.1.5 Anordnung nach maximaler Häufigkeit und topologischer Reihenfolge

Das Verfahren *Anordnung nach maximaler Häufigkeit und topologischer Reihenfolge* (MaxHTopo) sortiert die Artikel absteigend nach der Häufigkeit. Bei gleicher Häufigkeit mehrerer Artikel werden diese topologisch sortiert.

4.1.6 Anordnung nach maximaler Häufigkeit und minimaler Bearbeitungszeit

Bei dem Verfahren *Anordnung nach maximaler Häufigkeit und minimaler Bearbeitungszeit* (MaxHMinB) liegt im Vergleich zum Verfahren MinBMaxH eine umgekehrte Priorität der Kriterien vor. Die Artikel werden zunächst absteigend nach der Häufigkeit sortiert. Bei gleicher Häufigkeit mehrerer Artikel werden diese aufsteigend nach der Bearbeitungszeit sortiert. Ist dennoch keine eindeutige Sortierung möglich, werden diese Artikel in topologischer Reihenfolge angeordnet.

4.1.7 Anordnung nach maximaler Häufigkeit und maximaler Bearbeitungszeit

Das Verfahren *Anordnung nach maximaler Häufigkeit und maximaler Bearbeitungszeit* (MaxHMaxB) weist eine umgekehrte Priorität der Kriterien des Verfahrens MaxBMaxH auf. Zunächst erfolgt eine Sortierung der Artikel nach der maximalen Häufigkeit. Die Artikel, die sich in der Häufigkeit nicht unterscheiden, werden absteigend nach der Bearbeitungszeit sortiert. Weisen mehrere Artikel dieselbe Häufigkeit und dieselbe Bearbeitungszeit auf, werden diese in topologischer Reihenfolge angeordnet.

4.1.8 Anordnung nach zum Zentrum aufsteigender Häufigkeit

Zu Beginn des Verfahrens *Anordnung nach zum Zentrum aufsteigender Häufigkeit* (ZAufH) werden die Artikel in zwei Mengen geteilt. Die erste Teilmenge besteht aus den ersten $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ Artikeln und die zweite Teilmenge aus den letzten $\lceil \frac{m}{2} \rceil$ Artikeln. Ist die Anzahl der Artikel ungerade, so enthält die erste Teilmenge ein Element weniger als die zweite Teilmenge; ansonsten sind die Teilmengen gleichmächtig. Die Artikel aus der ersten Teilmenge werden aufsteigend nach den Häufigkeiten sortiert, wodurch eine Artikelreihenfolge $\pi_1 = (\pi_1(1), \dots, \pi_1(\lfloor \frac{m}{2} \rfloor))$ entsteht. Im Gegensatz dazu werden die Artikel aus der zweiten Teilmenge absteigend nach den Häufigkeiten sortiert. Dadurch wird eine zweite Artikelreihenfolge $\pi_2 = (\pi_2(\lceil \frac{m}{2} \rceil), \dots, \pi_2(m))$ gebildet. Bei gleicher Häufigkeit werden die Artikel topologisch angeordnet. Die Artikelreihenfolgen der beiden Teilmengen werden zu $\pi = (\pi_1, \pi_2)$ zusammengefasst. Somit stehen die Artikel mit der größten

Häufigkeit in der Mitte bzw. im Zentrum der Artikelreihenfolge und die Artikel mit einer niedrigen Häufigkeit am Anfang und am Ende.

4.1.9 Anordnung nach zum Zentrum absteigender Häufigkeit

Das Verfahren *Anordnung nach zum Zentrum absteigender Häufigkeit* (ZAbH) ähnelt dem zuvor beschriebenen Verfahren. Zu Beginn des Verfahrens werden die Artikel in zwei Mengen geteilt. Die ersten $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ Artikel werden der ersten Teilmenge zugeteilt. Dementsprechend besteht die zweite Teilmenge aus den letzten $\lceil \frac{m}{2} \rceil$ Artikeln. Für die Artikelreihenfolge $\pi_1 = (\pi_1(1), \dots, \pi_1(\lfloor \frac{m}{2} \rfloor))$ erfolgt die Sortierung der Artikel der ersten Teilmenge nach absteigender Häufigkeit. Im Gegensatz dazu werden die Artikel aus der zweiten Teilmenge für die Artikelreihenfolge $\pi_2 = (\pi_2(\lceil \frac{m}{2} \rceil), \dots, \pi_2(m))$ aufsteigend nach den Häufigkeiten sortiert. Weisen mehrere Artikel dieselbe Häufigkeit auf, werden diese Artikel topologisch angeordnet. Durch die Zusammenfassung der Artikelreihenfolgen der beiden Teilmengen ergibt sich eine Artikelreihenfolge $\pi = (\pi_1, \pi_2)$. In dieser Artikelreihenfolge stehen die Artikel mit einer niedrigen Häufigkeit im Zentrum. Dementsprechend sind die Artikel nach aufsteigender Häufigkeit zum Anfang und zum Ende angeordnet.

4.1.10 Anordnung nach minimaler Auftragslänge und topologischer Reihenfolge

Das Verfahren *Anordnung nach minimaler Auftragslänge und topologischer Reihenfolge* (MinATopo) benötigt m Wiederholungen des folgenden Ablaufs, um eine Artikelreihenfolge zu ermitteln. Dazu wird eine Teilreihenfolge der Artikel genutzt, die in jedem Schritt um einen Artikel erweitert wird und am Ende die Artikelreihenfolge ergibt. In jedem Schritt werden zuerst die Aufträge mit der minimalen Auftragslänge, die jedoch größer als null ist, gesucht, also die Aufträge, die noch nicht fertiggestellt sind und möglichst wenig unterschiedliche Artikel zur Fertigstellung benötigen. Aus der Menge dieser Aufträge wird der darin enthaltene topologisch erste und noch nicht in der Teilreihenfolge aufgenommene Artikel gewählt und an die Teilreihenfolge „angehängt“. Daraufhin werden die Auftragslängen neu berechnet, wobei die bereits in der Teilreihenfolge enthaltenen Artikel aus der Berechnung ausgeschlossen sind. Somit wird in jedem Schritt für die noch nicht fertiggestellten Aufträge die Anzahl der unterschiedlichen Artikel, die noch zur Fertigstellung benötigt werden, aktualisiert.

4.1.11 Anordnung nach minimaler Auftragslänge und minimaler Bearbeitungszeit

Das Verfahren *Anordnung nach minimaler Auftragslänge und minimaler Bearbeitungszeit* (MinAMinB) benötigt ebenso wie das zuvor beschriebene Verfahren m Wiederholungen

des folgenden Ablaufs, um eine Artikelreihenfolge zu bestimmen. Dazu wird eine Teilreihenfolge der Artikel genutzt, die in jedem Schritt um einen Artikel erweitert wird und am Ende die Artikelreihenfolge ergibt. Es werden in jedem Schritt die Aufträge mit möglichst wenigen unterschiedlichen Artikeln ermittelt. Dazu werden die Aufträge mit der geringsten Auftragslänge gesucht. Diese muss allerdings größer als null sein. Zunächst werden alle Artikel ermittelt, die in der Menge dieser Aufträge jedoch noch nicht in der Teilreihenfolge enthalten sind. Aus diesen Artikeln wird derjenige mit der geringsten Bearbeitungszeit gewählt und an die Teilreihenfolge „angehängt“. Weisen mehrere Artikel dieselbe Bearbeitungszeit auf, wird der topologisch erste gewählt. Zuletzt werden die Auftragslängen neu berechnet, wobei die bereits in der Teilreihenfolge enthaltenen Artikel aus der Berechnung ausgeschlossen sind.

4.1.12 Anordnung nach minimaler Auftragslänge und maximaler Bearbeitungszeit

Der Unterschied zwischen dem Verfahren *Anordnung nach minimaler Auftragslänge und maximaler Bearbeitungszeit* (MinAMaxB) und dem zuvor beschriebenen Verfahren MinAMinB ist, dass nun der Artikel mit der maximalen Bearbeitungszeit statt desjenigen mit der geringsten ausgewählt wird. Im Übrigen ist der Ablauf der Verfahren gleich. Innerhalb von m Schritten wird eine Artikelreihenfolge bestimmt, indem schrittweise eine Teilreihenfolge um einen Artikel erweitert wird. Dazu werden die Aufträge mit der geringsten Auftragslänge, die allerdings größer als null ist, ermittelt. Aus diesen Aufträgen werden die enthaltenen Artikel ausgemacht, die jedoch noch nicht in der Teilreihenfolge vorkommen. Die Teilreihenfolge wird mit dem Artikel mit der höchsten Bearbeitungszeit erweitert. Bei gleicher Bearbeitungszeit mehrerer Artikel wird der topologisch erste gewählt. Die bereits in der Teilreihenfolge enthaltenen Artikel werden aus der Berechnung der neuen Auftragslängen ausgeschlossen. Nach der Aktualisierung beginnt der nächste Schritt.

4.1.13 Anordnung nach minimaler Auftragslänge und minimaler Häufigkeit

Das Verfahren *Anordnung nach minimaler Auftragslänge und minimaler Häufigkeit* (MinAMinH) unterscheidet sich von dem Verfahren MinAMinB darin, dass der nächste Artikel für die Teilreihenfolge aufgrund der minimalen Häufigkeit statt der minimalen Bearbeitungszeit ausgewählt wird. Im Übrigen ist der Ablauf der Verfahren gleich; siehe hierzu Abschnitt 4.1.11.

4.1.14 Anordnung nach minimaler Auftragslänge und maximaler Häufigkeit

Die beiden Verfahren *Anordnung nach minimaler Auftragslänge und maximaler Häufigkeit* (MinAMaxH) und MinAMaxB unterscheiden sich nur in der Wahl des Artikels, der als nächstes in die Teilreihenfolge aufgenommen wird. Die maximale Häufigkeit wird statt der maximalen Bearbeitungszeit als Auswahlkriterium genutzt. Davon abgesehen ist der restliche Ablauf der Verfahren gleich; siehe hierzu Abschnitt 4.1.12.

4.1.15 Anordnung nach maximaler Auftragslänge und topologischer Reihenfolge

Der folgende Ablauf wird m -mal durchlaufen, um mit dem Verfahren *Anordnung nach maximaler Auftragslänge und topologischer Reihenfolge* (MaxATopo) eine Artikelreihenfolge zu erzeugen. Dazu wird eine Teilreihenfolge der Artikel genutzt, die in jedem Schritt um einen Artikel erweitert wird und abschließend die endgültige Artikelreihenfolge ergibt. In jedem Schritt werden zuerst die Aufträge gesucht, die möglichst viele unterschiedliche Artikel zur Fertigstellung benötigen. Dementsprechend wird aus der Menge der Aufträge mit der maximalen Auftragslänge der topologisch erste Artikel bestimmt. Dieser Artikel wird an die aktuelle Teilreihenfolge angefügt und aus der weiteren Berechnung ausgeschlossen. Daraufhin werden die Auftragslängen aktualisiert.

4.1.16 Anordnung nach maximaler Auftragslänge und minimaler Bearbeitungszeit

Eine Mischung aus den Verfahren MinAMinB (Abschnitt 4.1.11) und MaxATopo (Abschnitt 4.1.15) ist das Verfahren *Anordnung nach maximaler Auftragslänge und minimaler Bearbeitungszeit* (MaxAMinB). Die Auswahl der Aufträge erfolgt wie im Verfahren MaxATopo und die Auswahl der Artikel wie im Verfahren MinAMinB.

Innerhalb von m Schritten wird eine Artikelreihenfolge gebildet, indem eine Teilreihenfolge der Artikel in jedem Schritt um einen Artikel erweitert wird und am Ende die Artikelreihenfolge ergibt. Dafür werden in jedem Schritt die Aufträge mit der maximalen Auftragslänge gesucht. Aus den darin enthaltenen Artikeln wird derjenige bestimmt, dessen Bearbeitungszeit am geringsten ausfällt. Ist das Auswahlkriterium der minimalen Bearbeitungszeit nicht ausreichend, wird der topologisch erste Artikel gewählt. Der ausgewählte Artikel erweitert die aktuelle Teilreihenfolge und wird daraufhin aus der weiteren Berechnung ausgeschlossen. Am Ende jedes Schrittes werden die Auftragslängen aktualisiert.

4.1.17 Anordnung nach maximaler Auftragslänge und maximaler Bearbeitungszeit

Die Verfahren *Anordnung nach maximaler Auftragslänge und maximaler Bearbeitungszeit* (MaxAMaxB) und MaxAMinB unterscheiden sich ausschließlich in der Wahl des Artikels. Der nächste Artikel für die Teilreihenfolge wird aufgrund der maximalen statt der minimalen Bearbeitungszeit gewählt. Ansonsten ist der restliche Ablauf der Verfahren gleich; siehe hierzu Abschnitt 4.1.16.

4.1.18 Anordnung nach maximaler Auftragslänge und minimaler Häufigkeit

Der einzige Unterschied zwischen dem Verfahren *Anordnung nach maximaler Auftragslänge und minimaler Häufigkeit* (MaxAMinH) und dem Verfahren MaxAMinB ist, dass der nächste Artikel für die Teilreihenfolge durch die minimale Häufigkeit anstelle der minimalen Bearbeitungszeit bestimmt wird. Im Übrigen gleichen sich die Verfahren. Für den restlichen Ablauf des Verfahrens siehe Abschnitt 4.1.16.

4.1.19 Anordnung nach maximaler Auftragslänge und maximaler Häufigkeit

Das Verfahren *Anordnung nach maximaler Auftragslänge und maximaler Häufigkeit* (MaxAMaxH) gleicht weitestgehend dem Verfahren MaxAMinB. Der Unterschied der Verfahren ist das Auswahlkriterium des nächsten Artikels für die Teilreihenfolge. Die Wahl wird anhand der maximalen Häufigkeit anstelle der minimalen Bearbeitungszeit getroffen. Im Übrigen ist der restliche Ablauf gleich; siehe hierzu Abschnitt 4.1.16.

4.2 Auftragsreihenfolgeverfahren

Im Folgenden werden drei verschiedene Auftragsreihenfolgeverfahren vorgestellt, um effiziente Auftragsreihenfolgen zu bestimmen (siehe Tabelle 3). Die Güte der Verfahren kann allerdings von der Zielfunktion abhängen; siehe hierzu Kapitel 5.

Die Auftragsreihenfolgeverfahren werden zusammen mit einem Artikelreihenfolgeverfahren genutzt. Dabei wird zuerst die Artikelreihenfolge und danach die Auftragsreihenfolge bestimmt. Die Auftragsreihenfolgeverfahren werden bei Zielfunktionen für Problemstellungen mit Stellbegrenzung angewendet, mit Ausnahme der Zielfunktion z_3 ; in dieser wird das Verfahren aus Abschnitt 4.2.2 in Schritt 2 genutzt.

Abkürzung	Verfahren
ATopo	Anordnung in topologischer Reihenfolge
AufSF	Anordnung nach aufsteigenden spezifischen Fertigstellungszeitpunkten
AbSF	Anordnung nach absteigenden spezifischen Fertigstellungszeitpunkten

Tabelle 3: Auftragsreihenfolgeverfahren im Überblick

4.2.1 Anordnung in topologischer Reihenfolge

Ebenso wie das Verfahren PTopo beschreibt das Verfahren *Anordnung in topologischer Reihenfolge* (ATopo) eine Trivialstrategie. Für die Aufträge wird die vorliegende Reihenfolge beibehalten, sodass keine Umsortierung der Aufträge stattfindet. Somit wird für $j = 1, \dots, n - 1$ der Auftrag A_j vor dem Auftrag A_{j+1} bearbeitet. Demnach gilt für die Auftragsreihenfolge: $\alpha = (1, \dots, n)$. Anhand dieser „Strategie“ wird das Optimierungspotenzial der übrigen Auftragsreihenfolgeverfahren aufgezeigt.

4.2.2 Anordnung nach aufsteigenden spezifischen Fertigstellungszeitpunkten

Das Verfahren *Anordnung nach aufsteigenden spezifischen Fertigstellungszeitpunkten* (AufSF) besteht aus zwei Schritten. Im ersten Schritt werden für die vorher bestimmte Artikelreihenfolge die spezifischen Fertigstellungszeitpunkte der Aufträge wie in Formel (3.12) berechnet. Dabei wird die Auftragsreihenfolge als topologisch sortiert angenommen. Im zweiten Schritt werden die Aufträge aufsteigend nach den spezifischen Fertigstellungszeitpunkten sortiert. Weisen mehrere Aufträge denselben spezifischen Fertigstellungszeitpunkt auf, werden diese topologisch sortiert.

4.2.3 Anordnung nach absteigenden spezifischen Fertigstellungszeitpunkten

Das Verfahren *Anordnung nach absteigenden spezifischen Fertigstellungszeitpunkten* (AbSF) ähnelt dem zuvor beschriebenen Verfahren AufSF und besteht ebenso aus zwei Schritten. Für die bestimmte Artikelreihenfolge und die topologische Auftragsreihenfolge werden im ersten Schritt die spezifischen Fertigstellungszeitpunkte der Aufträge berechnet. Daraufhin erfolgt im zweiten Schritt die Sortierung der Aufträge absteigend nach den spezifischen Fertigstellungszeitpunkten. Weisen mehrere Aufträge denselben spezifischen Fertigstellungszeitpunkt auf, werden diese Aufträge topologisch angeordnet.

4.3 Verbesserungsverfahren

Die Verbesserungsverfahren werden zur Optimierung einer Artikelreihenfolge verwendet. Als Startlösung wird die Lösung eines Eröffnungsverfahrens aus Abschnitt 4.1 genutzt. Die Anwendung der Verbesserungsverfahren erfolgt dementsprechend auf eine Artikelreihenfolge, die als Permutation (also ohne Wiederholungen) angegeben ist. Somit sind die Verbesserungsverfahren (in der hier behandelten Art) nicht im Zusammenhang mit den Zielfunktionen für Problemstellungen mit Stellplatzbegrenzung anzuwenden. Bei diesen Zielfunktionen enthält die endgültige Kommissionierreihenfolge der Artikel gegebenenfalls mehrmals denselben Artikel.

Die Tabelle 4 zeigt eine Übersicht der sechs Verbesserungsverfahren, inklusive deren Abkürzungen. Es werden drei verschiedene Verbesserungsverfahren vorgestellt, die wiederum in jeweils zwei Ausprägungen unterteilt sind. Dabei wird zwischen der Variante First-Fit und Best-Fit unterschieden, wodurch die Verfahren den Namenszusatz First bzw. Best bekommen. Mit diesen Verfahren wird systematisch in der Nachbarschaft der Artikelreihenfolge eine effizientere Lösung gesucht. Als *Nachbarschaft* werden alle Artikelreihenfolgen angesehen, die durch eine bestimmte Modifikation erzeugt werden können. In allen Verfahren ist die Anzahl der *Nachbarn* $N = \frac{m \cdot (m-1)}{2}$. Bei der Variante *First-Fit* wird das systematische Prüfen der Nachbarschaft abgebrochen, sobald eine effizientere Lösung ermittelt wird. Daraufhin beginnt das Verfahren mit der effizienteren Artikelreihenfolge als neue Startlösung von Neuem. Im Gegensatz dazu wird bei der Variante *Best-Fit* zunächst die gesamte Nachbarschaft auf effizientere Lösungen geprüft. Wenn effizientere Artikelreihenfolgen ermittelt werden, wird die mit der größten Verbesserung als neue Startlösung gewählt und das Verfahren erneut gestartet.

Abkürzung	Verfahren
TF	2-Tausch First
TB	2-Tausch Best
VF	1-Verschieben First
VB	1-Verschieben Best
DF	Drehung First
DB	Drehung Best

Tabelle 4: Verbesserungsverfahren im Überblick

Die Berechnung der Verbesserungsverfahren kann relativ lange dauern, besonders bei großen Auftragsserien. Aus diesem Grund werden bei der Implementierung der Verfahren bis zu drei zusätzliche Abbruchkriterien berücksichtigt. Unter der Voraussetzung, dass das Verbesserungsverfahren noch keine Lösung gefunden hat, wird bei der ersten zu-

sätzlichen Abbruchbedingung das Verfahren nach einer zeitlichen Vorgabe abgebrochen. Dazu wird zuvor die Rechenzeit in Minuten eingegeben, die maximal für die Berechnung benötigt werden darf. Die zweite zusätzliche Abbruchbedingung nutzt die relative Verbesserung des Zielfunktionswerts ausgehend von der Startlösung. Dabei bricht das Verfahren ab, wenn sich der Zielfunktionswert um einen bestimmten Wert verbessert hat. Durch die dritte zusätzliche Bedingung bricht das Verbesserungsverfahren ab, wenn der Zielfunktionswert in einer vorgegebenen Anzahl an Vergleichen um weniger als einen prozentualen Wert verbessert wird.

Die zusätzlichen Abbruchbedingungen sind sinnvoll, da besonders am Anfang der Verbesserungsverfahren große Verbesserungen erzielt werden. Zur Demonstration wird eine Testdatei genutzt die zufällige Werte enthält. Die Auftragsserie besteht aus 20 Artikeln. Als Startlösung wird die topologische Reihenfolge der Artikel genutzt und darauf das Verfahren 2-Tausch Best angewandt. In Abbildung 4 ist die relative Verbesserung zu jedem Vergleich im Verfahren angegeben. Es ist zu erkennen, dass mit steigender Anzahl der Vergleiche der Zuwachs der relativen Verbesserung abnimmt. Wenn auf ein paar Prozent der relativen Verbesserung verzichtet wird, können fast die Hälfte der Vergleiche, und somit Zeit, gespart werden. Für andere Verfahren ist der Verlauf ähnlich.

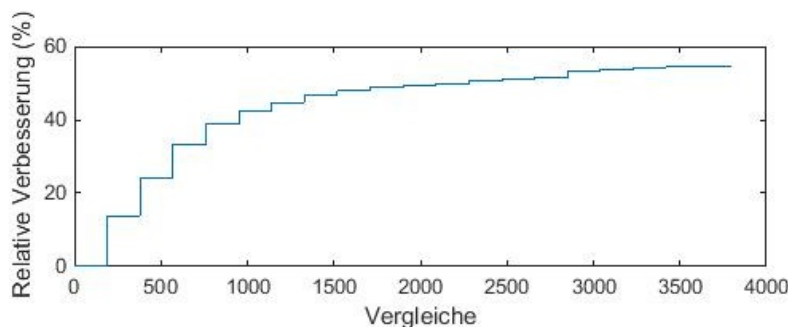


Abbildung 4: 2-Tausch-Best-Verfahren mit 20 Artikeln

4.3.1 2-Tausch

Bei dem Verfahren *2-Tausch* werden in der Artikelreihenfolge systematisch zwei Artikel vertauscht. Dabei bleibt die Reihenfolge der übrigen Artikel erhalten. Daraufhin wird geprüft, ob durch den Tausch eine Verbesserung des Zielfunktionswertes entsteht. Der Ablauf des Verfahrens beginnt solange mit einer verbesserten Artikelreihenfolge von vorne, bis keine Verbesserung mehr gefunden wird. Um zu ermitteln, dass die Startlösung bereits die beste Lösung ist, werden N Vergleiche benötigt, da alle Nachbarn der Artikelreihenfolge geprüft werden. Als Nachbarn werden alle Artikelreihenfolgen angesehen, die durch die systematische Vertauschung von zwei Artikeln erzeugt werden. Im folgen-

den Algorithmus wird das Verfahren *2-Tausch First* (TF) beschrieben. Für das Verfahren *2-Tausch Best* (TB) wird der Algorithmus leicht modifiziert.

Algorithmus 1: 2-Tausch First

1. Schritt (Eingabeparameter):

$\pi :=$ Artikelreihenfolge, die als Startlösung genutzt wird

2. Schritt (Initialisierung):

$m :=$ Anzahl der Artikel

$beste := \text{Zielfunktion}(\pi)$

3. Schritt (Ablauf):

$t_1 := 1$

Solange $t_1 \leq (m - 1)$ wiederhole

$t_2 := t_1 + 1$

Solange $t_2 \leq m$ wiederhole

$\tilde{\pi} := \pi$

$\tilde{\pi}(t_1) := \pi(t_2)$

$\tilde{\pi}(t_2) := \pi(t_1)$

$test := \text{Zielfunktion}(\tilde{\pi})$

Wenn $test < beste$ dann

$\pi := \tilde{\pi}$

$beste := test$

Gehe zu Schritt 3

$t_2 := t_2 + 1$

$t_1 := t_1 + 1$

Dieser Algorithmus ist auf Zielfunktionen für Problemstellungen ohne Stellplatzbegrenzung anwendbar. Lediglich bei der Zielfunktion z_3 muss beachtet werden, dass die Berechnung des Zielfunktionswertes auch von der Auftragsreihenfolge α abhängt und somit leichte Modifikationen vorgenommen werden. Im ersten Schritt des Algorithmus wird als weiterer Eingabeparameter α aufgeführt. Außerdem wird die Auswertung der Zielfunktion im zweiten bzw. dritten Schritt durch die folgende erste bzw. zweite Anweisung ersetzt:

$$beste := \text{Zielfunktion}(\pi, \alpha)$$

$$test := \text{Zielfunktion}(\tilde{\pi}, \alpha)$$

4.3.2 1-Verschieben

Um eine effizientere Artikelreihenfolge zu ermitteln, wird im Verfahren *1-Verschieben* systematisch ein Artikel an eine andere Stelle in der Artikelreihenfolge verschoben. Dabei erfolgt die Verschiebung des ausgewählten Artikels in der Artikelreihenfolge ausschließlich nach hinten. Die Reihenfolge der anderen Artikel bleibt dabei erhalten. Allerdings werden die Artikel von der ursprünglichen Stelle des ausgewählten Artikels bis zur neuen Stelle des ausgewählten Artikels um einen nach vorne verschoben. Daraufhin wird geprüft, ob durch die Modifikation der Artikelreihenfolge eine Verbesserung des Zielfunktionswertes erzielt wird. Unter der Voraussetzung, dass eine Verbesserung gefunden wurde, beginnt der Ablauf des Verfahrens mit der verbesserten Artikelreihenfolge von Neuem. Im besten Fall ist die Startlösung bereits die beste Lösung, die mit dem Verfahren 1-Verschieben ermittelt wird. Dann werden lediglich N Vergleiche benötigt, um die Nachbarschaft der Artikelreihenfolge zu prüfen. In diesem Verfahren werden als Nachbarn alle Artikelreihenfolgen angesehen, die durch die systematische Verschiebung eines Artikels erzeugt werden. Im folgenden Algorithmus wird das Verfahren *1-Verschieben Best* (VB) beschrieben.¹¹

Algorithmus 2: 1-Verschieben Best

1. Schritt (Eingabeparameter):

$\pi :=$ Artikelreihenfolge, die als Startlösung genutzt wird

2. Schritt (Initialisierung):

$m :=$ Anzahl der Artikel

$beste := \text{Zielfunktion}(\pi)$

$\hat{\pi} := \pi$

$lokalBeste := beste$

3. Schritt (Ablauf):

$t_1 := 1$

Solange $t_1 \leq (m - 1)$ wiederhole

$t_2 := t_1 + 1$

Solange $t_2 \leq m$ wiederhole

$\tilde{\pi} := \pi$

$\tilde{\pi}(t_1, \dots, (t_2 - 1)) := \pi(t_1 + 1, \dots, t_2)$

$\tilde{\pi}(t_2) := \pi(t_1)$

$test := \text{Zielfunktion}(\tilde{\pi})$

¹¹ Das 1-Verschieben-Verfahren basiert auf dem Or(1)-opt-Verfahren für das Traveling-Salesman-Problem (TSP); siehe hierzu [1].

Wenn $test < lokalBeste$ dann

$\hat{\pi} := \tilde{\pi}$

$lokalBeste := test$

$t_2 := t_2 + 1$

$t_1 := t_1 + 1$

Wenn $lokalBeste < beste$ dann

$\pi := \hat{\pi}$

$beste := lokalBeste$

Gehe zu Schritt 3

Für das *1-Verschieben-First-Verfahren* (VF) wird der Algorithmus leicht modifiziert. Dazu kann auf den Algorithmus 1 zurückgegriffen werden. Die Zeile

$$\tilde{\pi}(t_1) := \pi(t_2)$$

im dritten Schritt des Verfahrens wird durch die folgende Zeile ersetzt:

$$\tilde{\pi}(t_1, \dots, (t_2 - 1)) := \pi(t_1 + 1, \dots, t_2)$$

Wie der Algorithmus für das Verfahren 2-Tausch First ist auch der Algorithmus 2 auf Zielfunktionen für Problemstellungen ohne Stellplatzbegrenzung anwendbar. Für die Zielfunktion z_3 muss erneut beachtet werden, dass die Berechnung von der Auftragsreihenfolge α abhängt und die bereits erwähnten Modifikationen vorgenommen werden.

4.3.3 Drehung

In dem Verfahren *Drehung* wird systematisch eine Teilkette von Artikeln in der Artikelreihenfolge gedreht. Dazu werden zwei Artikel bestimmt, die mit den dazwischenliegenden Artikeln eine Teilkette bilden. Diese Teilkette wird einmal gedreht bzw. gespiegelt. Danach befindet sich das ehemals erste Element der Teilkette am Ende, d. h. der erste ausgewählte Artikel an der Stelle des zweiten ausgewählten Artikels. Das ehemals zweite Element der Teilkette befindet sich nun an der vorletzten Stelle der Teilkette. Diese Modifikation gilt für alle Elemente der Teilkette. Hingegen bleibt die Reihenfolge der anderen Artikel erhalten. Daraufhin wird geprüft, ob die Veränderung der Artikelreihenfolge eine Verbesserung des Zielfunktionswertes bewirkt. Der Ablauf des Verfahrens wird so lange mit einer verbesserten Artikelreihenfolge wiederholt, bis keine Verbesserung mehr gefunden wird. Im besten Fall werden lediglich N Vergleiche benötigt, um die beste Lösung zu ermitteln, die mit dem Verfahren Drehung möglich ist. In diesem Fall ist die Startlö-

sung bereits die beste Lösung in der Nachbarschaft der Artikelreihenfolge. Der folgende Algorithmus beschreibt das Verfahren *Drehung Best* (DB).¹²

Algorithmus 3: Drehung Best

1. Schritt (Eingabeparameter):

$\pi :=$ Artikelreihenfolge, die als Startlösung genutzt wird

2. Schritt (Initialisierung):

$m :=$ Anzahl der Artikel

$beste :=$ Zielfunktion(π)

$\hat{\pi} := \pi$

$lokalBeste := beste$

3. Schritt (Ablauf):

$t_1 := 1$

Solange $t_1 \leq (m - 1)$ wiederhole

$t_2 := t_1 + 1$

Solange $t_2 \leq m$ wiederhole

$\tilde{\pi} := \pi$

$\tilde{\pi}(t_1, t_1 + 1, \dots, t_2 - 1, t_2) := \pi(t_2, t_2 - 1, \dots, t_1 + 1, t_1)$

$test :=$ Zielfunktion($\tilde{\pi}$)

Wenn $test < lokalBeste$ dann

$\hat{\pi} := \tilde{\pi}$

$lokalBeste := test$

$t_2 := t_2 + 1$

$t_1 := t_1 + 1$

Wenn $lokalBeste < beste$ dann

$\pi := \hat{\pi}$

$beste := lokalBeste$

Gehe zu Schritt 3

Um die First-Fit-Variante zu nutzen, muss der Algorithmus angepasst werden. Dazu wird erneut auf den Algorithmus 1 zurückgegriffen. Die für die Vertauschung der Artikel benötigten Zeilen

$$\tilde{\pi}(t_1) := \pi(t_2)$$

$$\tilde{\pi}(t_2) := \pi(t_1)$$

¹² Das Verfahren Drehung basiert auf dem 2-opt-Verfahren für das Traveling-Salesman-Problem (TSP); siehe hierzu [4].

werden durch die folgende Zeile ersetzt, um die Teilkette in der Artikelreihenfolge zu drehen:

$$\tilde{\pi}(t_1, t_1 + 1 \dots, t_2 - 1, t_2) := \pi(t_2, t_2 - 1, \dots, t_1 + 1, t_1)$$

Wie die anderen Algorithmen ist auch dieser auf Zielfunktionen für Problemstellungen ohne Stellplatzbegrenzung anwendbar. Erneut müssen für die Zielfunktion z_3 die Auftragsreihenfolge α und die daraus folgenden Anpassungen beachtet werden.

5 Analyse der Verfahren

In diesem Kapitel wird eine Zusammenfassung der Untersuchungsergebnisse aus der Analyse der vorgestellten Kommissionierungsstrategien für die einzelnen Ausprägungen aus der behandelten Klasse von Kommissionierungsproblemen dargelegt. Zuvor erfolgt eine kurze Beschreibung der hierfür benutzten Testumgebung.

5.1 Testumgebung

Anhand eines auf Basis von MATLAB R2014b entwickelten Optimierungstools¹³ wurde eine Reihe von unterschiedlich großen Zuweisungsmatrizen für die Kommissionierungsprobleme erstellt. Die Berechnungen wurden auf einer Intel Pentium 2020M CPU mit 2,4 GHz und 6 GB RAM durchgeführt.

Je nach Messreihe variiert die Anzahl der Artikel zwischen zehn und 1000 sowie die Anzahl der Aufträge zwischen zehn und 200. Für nicht ausschließlich binäre Zuweisungsmatrizen ist für die Zufallswerte das Intervall $[1; 10]$ angegeben. Diese Werte sind bei Bestellungen bei einem Versandhaus durchaus denkbar. Die Zufallswerte für die Holzeiten liegen im Intervall von $[1; 8]$. Es wird angenommen, dass die Artikel relativ schnell aus dem Lager geholt werden können. Die Holzeit eines Artikels ist unabhängig von der benötigten Anzahl, da die Artikel in einer Bereitstellungseinheit zur Verfügung stehen. Das Intervall der Zufallswerte für die Kommissionierzeit ist $[0,1; 0,5]$. Die Werte der Kommissionierzeiten sind relativ klein, da sie für eine Mengeneinheit eines Artikels gelten und mit der Stückzahl des Artikels multipliziert werden.

Die Dichte der Matrix wird abhängig von der Anzahl der Artikel und Aufträge gewählt. Wenn die Anzahl der Artikel bzw. Aufträge steigt, kann die Dichte der Zuweisungsmatrix gesenkt werden. Mit einer Auftragsserie, die zehn Artikel und ebenso viele Aufträge enthält, besteht die Zuweisungsmatrix aus 100 Elementen. Um das Kriterium zu erfüllen, dass keine Nullzeilen oder -spalten existieren, wird mindestens eine Dichte von 0,1 benötigt. Hingegen genügt eine Dichte von 0,01 bei einer Auftragsserie mit 1000 Artikeln

¹³ Näheres hierzu siehe [10].

und 100 Aufträgen. In diesem Extremfall wäre jeder Artikel genau einmal nachgefragt, wobei ein Auftrag durchschnittlich zehn verschiedene Artikel beinhaltet.¹⁴

Für Problemstellungen, bei denen die Stellplätze begrenzt sind, werden die dafür vorgesehenen Zielfunktionen mit neun verschiedenen Begrenzungen berechnet. Exemplarisch wird davon ausgegangen, dass zwischen zwei und zehn Stellplätze für die Kommissionierbehälter verfügbar sind, um damit eine klare Abgrenzung zum unbeschränkten Fall zu simulieren.

In jeder Messreihe werden die Verfahren mit den prägnantesten Ergebnissen in Bezug auf bestimmte Kennzahlen betrachtet (Näheres hierzu siehe Abschnitt 5.2). Zuerst werden die Ergebnisse der Artikelreihenfolgeverfahren vorgestellt. Dazu wird auf die Zielfunktionen aus Abschnitt 3.2 eingegangen. Allerdings wird die Zielfunktion z_2 aus der Analyse ausgeschlossen, denn wie bereits in Abschnitt 3.2.2 beschrieben wurde, sind die Ergebnisse nicht relevant, da es sich um ein triviales Problem handelt und alle Verfahren dieselbe Lösung liefern. Daraufhin erfolgt die Vorstellung der Ergebnisse bei gemeinsamer Nutzung der Artikel- und Auftragsreihenfolgeverfahren im Zusammenhang mit den Zielfunktionen aus Abschnitt 3.3. Zuletzt wird auf die Verbesserungsverfahren eingegangen. Allerdings dauert die Berechnung der Verbesserungsverfahren relativ lange. Aus diesem Grund werden sie nur auf relativ kleine Messreihen angewandt. Aus demselben Grund ist es um so wichtiger, bereits mit den Eröffnungsverfahren effiziente Lösungen zu erzielen.

5.2 Kennzahlen zum Vergleich der Verfahren

Anhand der relativen Abweichung, der Platzierung, der besten Lösung und der Rechenzeit werden die Verfahren miteinander verglichen. Dafür werden zunächst für jede Testdatei und jede Zielfunktion sowie gegebenenfalls für jede Stellplatzbegrenzung die folgenden Werte berechnet. Die *relative Abweichung* ist die prozentuale Abweichung zu der besten Lösung, also dem geringsten Zielfunktionswert. Die *Platzierung* gibt an, der „wievielt-beste Zielfunktionswert“ erreicht ist. Die Platzierung lässt sich indirekt aus der relativen Abweichung herleiten. Ist jedoch ein Zielfunktionswert null, so kann keine relative Abweichung bestimmt werden und die Berechnung erfolgt zwangsläufig direkt anhand der Zielfunktionswerte. Dem geringsten Wert wird die Platzierung 1 zugewiesen. So wird aufsteigend allen Werten eine Platzierung zugeordnet. Gleiche Werte weisen dieselbe Platzierung auf. Dem nächsthöheren Wert wird die Platzierung zugewiesen, welche er ohne Beachtung der Gleichheit von vorherigen Werten annimmt.

¹⁴ Für nähere Angaben zu den einzelnen Testreihen wird auf [11] verwiesen.

Weisen beispielsweise zwei Werte eine relative Abweichung von null auf, wird beiden die Platzierung 1 zugeordnet. Der nächsthöhere Wert erlangt die Platzierung 3. Für die Artikelreihenfolgeverfahren erfolgt eine Platzierung zwischen 1 und 19. Werden die Artikelreihenfolgeverfahren zusammen mit den Auftragsreihenfolgeverfahren genutzt, ergeben sich Platzierungen zwischen 1 und 57. Entsprechend erfolgt die Platzierung bei den Verbesserungsverfahren zwischen 1 und 114. Allen Werten, die eine relative Abweichung von null aufweisen, wird für die *beste Lösung* eine 1 zugeordnet. Somit entsteht ein binärer Vektor. Auf ähnliche Weise entstehen zwei weitere binäre Vektoren. Für die *minimale Rechenzeit* wird dem Verfahren mit der kürzesten Rechenzeit eine 1 zugeordnet (ansonsten 0). Dementsprechend wird dem Verfahren mit der längsten Rechenzeit für die *maximale Rechenzeit* eine 1 zugewiesen (ansonsten 0).

Nachdem für alle Testdateien diese Werte bestimmt wurden, erfolgt eine Zusammenfassung der Werte für den Vergleich der Verfahren. Dazu werden folgende Kennzahlen aus allen Testdateien aus einer Messreihe bestimmt: *mittlere Abweichung*, *maximale Abweichung*, *minimale Platzierung*, *mittlere Platzierung*, *maximale Platzierung*, *beste Lösung*, *minimale Rechenzeit* und *maximale Rechenzeit*. Dabei werden die Werte für die letzten drei Kenndaten jeweils über alle Testreihen zu Häufigkeitswerten summiert, wohingegen bei den anderen Kenndaten das Minimum, das Maximum oder der Durchschnitt gebildet wird.

Im Folgenden werden einige Verfahren mit „gut“ oder „schlecht“ bezeichnet. Für die Kategorisierung der Verfahren sind insbesondere die mittlere Abweichung und die mittlere Platzierung ausschlaggebend. Die maximale Abweichung, die maximale Platzierung und die beste Lösung sind ebenfalls Kennwerte, die zu dieser Einteilung beitragen. Dabei werden als *gute* Verfahren diejenigen bezeichnet, die in Bezug auf diese Kennwerte die geringsten Werte aufweisen, mit der Ausnahme, dass bei der besten Lösung der maximale (Häufigkeits-) Wert ausschlaggebend ist. Dementsprechend werden für die *schlechten* Verfahren die Kennwerte mit den größten Werten gesucht, ebenfalls mit der Ausnahme der besten Lösung, die dort in der Regel einen Nullwert aufweist.

5.3 Untersuchungsergebnisse

Aus den Untersuchungen geht hervor, dass sich die Lösungsgüte der Verfahren für verschiedene Messreihen und Zielfunktionen unterscheidet. Insbesondere liegt diese Unterscheidung zwischen den Zielfunktionen für Problemstellungen mit und ohne Stellplatzbegrenzung. Darüber hinaus gibt es zum Teil unterschiedliche Ergebnisse in Abhängigkeit von der Größe der Zuweisungsmatrizen. Im Folgenden werden hier drei verschiedene Größenklassen unterschieden:

- M1 (bis zu 20 Aufträge mit insgesamt 20 Artikeln)
- M2 (bis zu 200 Aufträge mit insgesamt 100 Artikeln)
- M3 (bis zu 100 Aufträge mit insgesamt 1000 Artikeln)

Für die Zielfunktionen kann eine Empfehlung der Verfahren gegeben werden, welche auf durchschnittlichen Werten basiert. Die tatsächliche Güte der Verfahren kann davon allerdings abweichen, da sie von der Auftragsserie abhängt (hierzu siehe Tabelle 5).

Bei sehr großen Auftragsserien kann die Rechenzeit neben der mittleren Abweichung und der mittleren Platzierung ein ausschlaggebendes Kriterium für ein Verfahren sein. Allerdings befindet sich die Rechenzeit der Artikel- und Auftragsreihenfolgeverfahren in einem vertretbaren Rahmen. Werden mit den Konstruktionsverfahren schon sehr gute Ergebnisse erzielt, kann möglicherweise auf ein Verbesserungsverfahren, das wesentlich mehr Zeit beansprucht, verzichtet werden.

Für die verschiedenen Zielfunktionen und Messreihen erzielt sowohl das Artikelreihenfolgeverfahren MinAMinB als auch das MinAMinH-Verfahren sehr oft die besten oder zweitbesten Ergebnisse. Für die Zielfunktionen z_1 und z_3 ist das Verfahren MinAMinB für alle Messreihen am geeignetsten, da immer die beste Lösung erzielt wird. Wohlgemerkt handelt es sich um durchschnittliche Werte. Das MinAMinH-Verfahren ist für die Zielfunktionen z_4 und z_6 zu empfehlen, da es in den Messreihen M1 und M3 durchschnittlich die besten Ergebnisse und in der Messreihe M2 die zweitbesten Ergebnisse liefert. Für die Zielfunktion z_5 ist zwar das Verfahren MinAMinH in den ersten beiden Messreihen besser als das MinATopo-Verfahren, allerdings ist das MinATopo-Verfahren in allen drei Messreihen das zweitbeste. Das MinAMinH-Verfahren ist für die Zielfunktion z_7 zu empfehlen. In den ersten beiden Messreihen ist dieses Verfahren am besten und in der letzten Messreihe erzielen alle MinA*-Verfahren die besten Ergebnisse.¹⁵

Die Zielfunktionen z_8 , z_9 und z_{10} werden bei Problemstellungen mit begrenzter Anzahl an Stellplätzen genutzt. Für die Zielfunktion z_8 ist das MinAMinH-Verfahren sinnvoll, da es für die ersten beiden Messreihen die zweitbesten Ergebnisse erzielt und in der dritten Messreihe die besten Ergebnisse ermittelt. Die Güte der Artikelreihenfolgeverfahren verändert sich für die Zielfunktionen z_9 und z_{10} für relativ große Auftragsserien stärker. Das Verfahren MinAMinB ist für die beiden Zielfunktionen für die ersten beiden Messreihen zu empfehlen. Allerdings ist bei einer relativ großen Auftragsserie, wie in Messreihe M3, die Anordnung der Artikel nach minimaler Häufigkeit vorteilhafter. Dadurch tritt das MinHTopo-Verfahren in den Fokus.

¹⁵ Unter MinA* werden die fünf Verfahren zusammengefasst, deren Primärkriterium die minimale Auftragslänge ist, wobei das Sekundärkriterium beliebig sein mag (hierzu siehe die Abschnitte 4.1.10 bis 4.1.14).

Tabelle 5 macht deutlich, dass gewisse Verfahren ihren „Gütestatus“ bei ein und derselben Zielfunktion in Abhängigkeit von der Größe der Messreihe wechseln können.

Zielfunktion	Verfahren M1	Verfahren M2	Verfahren M3
z_1	MinAMinB MinAMaxH MinATopo	MinAMinB MinAMaxH MinATopo	MinAMinB MinAMinH MinATopo
z_3	MinAMinB MinAMaxH MinAMinH	MinAMinB MinATopo MinAMaxH	MinAMinB MinAMinH MinATopo
z_4	MinAMinH MinAMinB MinAMaxB	MinAMinB MinAMinH MinATopo	MinAMinH MinAMaxB MinATopo
z_5	MinAMinH MinATopo MinAMaxB	MinAMinH MinATopo MinAMinB	MinAMaxB MinAMaxH MinATopo
z_6	MinAMinH MinAMinB MinAMaxB	MinAMinB MinAMinH MinATopo	MinAMinH MinAMaxB MinATopo
z_7	MinATopo MinAMaxB MinAMinB	MinAMinB MinAMinH MinATopo	MinA*
z_8	MinAMinB MinAMinH MinAMaxH	MinAMinB MinAMinH MinATopo	MinAMinH MinAMaxB MinAMinB
z_9	MinAMinB MinAMinH MinBMaxH	MinBMaxH MinAMinB MaxAMinB	MinHTopo MaxAMaxH ZAbH
z_{10}	MinAMinB MinAMinH MinATopo	MinAMinB MinBMaxH MaxAMinB	MinHTopo MaxAMaxH ZAbH

Tabelle 5: Messreihe M1-M3 – gute Artikelreihenfolgeverfahren für die Zielfunktionen $z_1, z_3 - z_{10}$

Während der obigen Tabelle 5 die jeweils drei besten Verfahren zu den verschiedenen Zielfunktionen (in Abhängigkeit zur Messreihengröße) zu entnehmen sind, wird diese Rangordnung (ordinale Messgröße) in den Tabellen 6 - 8 verfeinert angezeigt, indem hier die jeweils mittlere Abweichung sowie die maximale relative Abweichung von der besten Lösung als kardinale Messgrößen angezeigt werden. Wenn sich zwischen zwei

Verfahren, beispielsweise auf dem ersten bzw. zweiten Rang, kaum Unterschiede in der mittleren Abweichung aufzutun, können diese Verfahren als nahezu gleichwertig angesehen werden. Umgekehrt aber können sich zwei in der Rangordnung benachbarte Verfahren aber auch sehr deutlich in den Abweichungen unterscheiden. Zudem weist eine geringere maximale Abweichung auf eine „Beständigkeit“ des Verfahrens hin und dient bei nahezu gleicher mittlerer Abweichung als entscheidungsunterstützendes Sekundärkriterium bei der Verfahrenswahl. Als drittes Kriterium werden in den Tabellen 6 - 8 auch noch die Häufigkeiten des Erzielens des besten Zielfunktionswertes aufgeführt.

Zielfunktion	Verfahren	mittlere Abweichung	maximale Abweichung	beste Lösung
z_1	MinAMinB	0,70	5,99	33
	MinAMaxH	2,83	22,66	13
	MinATopo	4,85	32,14	5
z_3	MinAMinB	0,66	6,08	30
	MinAMaxH	3,35	22,92	11
	MinAMinH	4,96	32,52	6
z_4	MinAMinH	8,77	63,03	24
	MinAMinB	21,76	126,04	14
	MinAMaxB	26,39	240,23	6
z_5	MinAMinH	22,81	76,73	15
	MinATopo	26,13	148,87	10
	MinAMaxB	28,19	85,81	6
z_6	MinAMinH	2,27	13,87	24
	MinAMinB	7,48	46,80	14
	MinAMaxB	8,88	71,64	6
z_7	MinATopo	7,52	50,00	31
	MinAMaxB	7,83	50,00	29
	MinAMinB	8,15	50,00	29
z_8	MinAMinB	4,59	51,37	165
	MinAMinH	8,41	54,33	87
	MinAMaxH	10,33	64,22	53
z_9	MinAMinB	6,43	42,54	139
	MinAMinH	6,47	39,51	142
	MinBMaxH	7,62	47,18	114
z_{10}	MinAMinB	7,21	60,59	116
	MinAMinH	8,97	50,36	84
	MinATopo	11,19	46,35	38

Tabelle 6: Messreihe M1 – gute Artikelreihenfolgeverfahren für die Zielfunktionen $z_1, z_3 - z_{10}$

5 Analyse der Verfahren

Zielfunktion	Verfahren	mittlere Abweichung	maximale Abweichung	beste Lösung
z_1	MinAMinB	0,17	2,32	56
	MinAMaxH	2,23	12,43	6
	MinATopo	2,26	7,04	7
z_3	MinAMinB	0,14	2,29	58
	MinATopo	2,42	7,18	6
	MinAMaxH	2,51	12,80	3
z_4	MinAMinB	1,29	6,74	35
	MinAMinH	1,48	6,82	24
	MinATopo	3,47	23,73	7
z_5	MinAMinH	3,97	17,41	13
	MinATopo	4,43	22,41	10
	MinAMinB	4,46	16,36	7
z_6	MinAMinB	1,04	5,71	35
	MinAMinH	1,23	5,63	24
	MinATopo	2,83	17,51	7
z_7	MinAMinB	1,48	10,34	37
	MinAMinH	1,49	11,76	40
	MinATopo	2,84	23,53	31
z_8	MinAMinB	1,52	13,79	276
	MinAMinH	3,49	15,93	89
	MinATopo	3,98	17,66	74
z_9	MinBMaxH	2,27	19,21	146
	MinAMinB	2,43	15,65	132
	MaxAMinB	2,90	25,48	90
z_{10}	MinAMinB	2,67	18,90	149
	MinBMaxH	2,72	27,25	138
	MaxAMinB	3,38	34,47	85

Tabelle 7: Messreihe M2 – gute Artikelreihenfolgeverfahren für die Zielfunktionen $z_1, z_3 - z_{10}$

Zielfunktion	Verfahren	mittlere Abweichung	maximale Abweichung	beste Lösung
z_1	MinAMinB	0,08	0,41	4
	MinAMinH	0,20	0,41	1
	MinATopo	0,24	0,53	0
z_3	MinAMinB	0,07	0,40	4
	MinAMinH	0,20	0,43	2
	MinATopo	0,27	0,59	0
z_4	MinAMinH	0,00	0,00	6
	MinAMaxB	0,32	0,47	0
	MinATopo	0,44	0,74	0
	MinAMinB	0,46	1,33	0
z_5	MinAMaxB	0,69	1,80	1
	MinAMaxH	0,84	1,57	2
	MinATopo	0,86	1,46	1
z_6	MinAMinH	0,00	0,00	6
	MinAMaxB	0,30	0,43	0
	MinATopo	0,41	0,69	0
	MinAMinB	0,42	1,24	0
z_7	MinA*	0,00	0,00	6
z_8	MinAMinH	0,17	0,83	27
	MinAMaxB	0,49	1,24	14
	MinAMinB	0,67	2,02	4
z_9	MinHTopo	0,37	1,84	14
	MaxAMaxH	0,51	1,70	14
	ZAbH	0,56	3,20	9
z_{10}	MinHTopo	0,37	1,88	16
	MaxAMaxH	0,52	1,71	13
	ZAbH	0,61	3,43	10

Tabelle 8: Messreihe M3 – gute Artikelreihenfolgeverfahren für die Zielfunktionen $z_1, z_3 - z_{10}$

Für Problemstellungen mit begrenzter Anzahl an Stellplätzen werden die Artikelreihenfolgeverfahren zusammen mit den Auftragsreihenfolgeverfahren genutzt. Es stellt sich heraus, dass von den drei Auftragsreihenfolgeverfahren das AufSF-Verfahren die besten Ergebnisse liefert. Dieses Verfahren wird nicht nur für Zielfunktionen für Problemstellungen mit Stellplatzbegrenzung genutzt, sondern auch für die Zielfunktion z_3 , in der ebenfalls die Reihenfolge der Aufträge relevant ist.

Die Verbesserungsverfahren wurden aufgrund der relativ langen Berechnungsdauern nur auf die Messreihe M1 angewandt. Allerdings ist es durchaus denkbar, dass sich die Ergebnisse auf größere Auftragsserien übertragen lassen. Für die verschiedenen Zielfunk-

tionen hat sich herausgestellt, dass mit dem DB-Verfahren meistens die besten Ergebnisse erzielt werden. Für die Zielfunktionen z_1 , z_3 , z_4 und z_6 erzielt das DF-Verfahren ebenfalls sehr gute Ergebnisse. Hingegen wird für die Zielfunktion z_5 mit dem TB-Verfahren durchschnittlich die größte Verbesserung erzielt. Für die Zielfunktion z_7 erweisen sich die Verfahren TB, TF und DB als sinnvoll. Es hat sich nicht gezeigt, dass bestimmte Verbesserungsverfahren nur auf bestimmte Artikelreihenfolgeverfahren angewandt werden sollten. Es können sowohl für Artikelreihenfolgen, die bereits eine gute Startlösung bieten, als auch für schlechte Startlösungen durch die Verbesserungsverfahren ähnlich effiziente Artikelreihenfolgen ermittelt werden.

Detailliertere Beschreibungen der Untersuchungsergebnisse findet man in [11].

6 Ausblick

Zum Abschluss soll ein kurzer Überblick über weitere Untersuchungsvorhaben gegeben werden.

Für Problemstellungen *ohne* Stellplatzbegrenzung haben sich die für die einzelnen Zielfunktionen jeweils „besten“ Eröffnungsverfahren als sehr gut geeignet erwiesen, sodass sich hier kein Bedarf an weiteren Lösungsstrategien zeigt. Für Problemstellungen *mit* Stellplatzbegrenzung ist die Entwicklung von weiteren Lösungsstrategien allerdings noch nicht abgeschlossen. Die bisher untersuchten Verfahren basieren auf einem *Prinzip der hierarchischen Artikelanordnung*. Dabei sind alle Artikel in einer bestimmten Reihenfolge angeordnet. Immer dann, wenn ein Kommissionierstellplatz frei wird, weil ein Auftrag abgeschlossen worden ist¹⁶, wird der nächste Artikel strikt nach obiger Reihenfolge bestimmt, indem stets wieder mit dem ersten Artikel in der Anordnungshierarchie angefangen wird. Hierzu könnten möglicherweise andere Auswahlkriterien zu besseren Lösungen führen. Zum einen wird an eine „rollierende Variante“ des obigen Prinzips gedacht, bei der zwar eine festgelegte Artikelreihenfolge beibehalten wird, allerdings wird beim Freiwerden eines Stellplatzes der jeweils nächste Artikel in der Anordnungsfolge zur Kommissionierung bereitgestellt und erst nach Abarbeitung aller Artikel wird ggf. mit dem ersten Artikel erneut begonnen. Während diese beiden Reihenfolgeprinzipien in Form einer Permutation hinterlegt sind, könnte ein weiteres, davon grundsätzlich verschiedenes Reihenfolgeprinzip für gewisse Zielfunktionen geeigneter sein. Anstatt a priori eine Artikelreihenfolge festzulegen, könnte man bei jeder Freisetzung eines Stellplatzes „online“ entscheiden, welcher Artikel für die jeweilige Auftragskonstellation am besten geeignet ist; dabei können alle eingeführten Auswahlkriterien zum Einsatz kommen. Dieses „Online-Prinzip“ erzeugt in der Regel keine Permutation über die Artikel, sondern eine allgemeinere endliche Folge.

Es ist geplant, diese alternativen Auswahlkriterien für Problemstellungen mit Stellplatzbegrenzung in das Kommissioniertool KMT zu integrieren und im Vergleich zu den bisherigen Verfahren zu testen.

¹⁶ Dasselbe gilt für den analogen Fall, dass mehrere Aufträge gleichzeitig fertig werden und mehrere Stellplätze frei werden.

Zudem ist geplant, dass im Optimierungstool bereits eine Vorauswahl der Verfahren getroffen wird, um effiziente Verfahren für die jeweilige Zielfunktion vorzuschlagen. Für eine Vorauswahl von geeigneten Verfahren könnte zum einen auf die Ergebnisse aus Kapitel 5 zurückgegriffen werden. Zum anderen könnte auch ein Lernmodus implementiert werden, der die Ergebnisse aus gezielten Tests automatisch für eine solche Vorauswahl aufbereitet. Dieser Service ist dafür gedacht, dass ein Anwender beispielsweise unternehmensspezifische Datenkonstellationen bei seinem Kommissionierungsprozess vorliegen hat, wozu sich die im Tool zur Verfügung gestellten Verfahren möglicherweise anders verhalten als bislang getestet.

Des Weiteren könnten zusätzliche Tests durchgeführt werden, um für die Berechnung der Verfahren eine voraussichtliche Rechenzeit anzugeben. Dieser Service ist insbesondere für die Verbesserungsverfahren bei mittlerer und großer Anzahl an Artikeln und Aufträgen hilfreich.

Literaturverzeichnis

- [1] Babin G, Deneault S, Laporte G: *Improvements to the Or-opt Heuristic for the Symmetric Traveling Salesman Problem*. GERAD – Group for Research in Decision Analysis, Montreal, Quebec, Kanada. 2005
- [2] Bator M: *Entwicklung und Implementierung von heuristischen Verfahren zur Bestimmung von effizienten Artikelreihenfolgen bei einem Ware-zum-Mann-Kommissionierproblem*. Bachelorarbeit im Studiengang Angewandte Mathematik, Fachhochschule Bielefeld, 2010
- [3] Bichler K, Krohn R, Riedel G, Schöppach F: *Beschaffungs- und Lagerwirtschaft. Praxisorientierte Darstellung der Grundlagen, Technologien und Verfahren*. 9. Auflage, Gabler Verlag, 2010
- [4] Gietz M: *Computergestützte Tourenplanung mit zeitkritischen Restriktionen. Produktion und Logistik*. Springer-Verlag, 1994
- [5] Gudehus T: *Logistik. Grundlagen – Strategien – Anwendungen*. 4. Auflage, Springer-Verlag, 2010
- [6] Kleine-Döpke T: *KMT Anwender-Handbuch*. Projektarbeit im Studiengang Optimierung und Simulation, Fachhochschule Bielefeld, 2014
- [7] Kroos M: *Entwicklung von effizienten Reihenfolgestrategien zur Kostenminimierung bei einem Ware-zum-Mann-Kommissionierproblem*. Bachelorarbeit im Studiengang Angewandte Mathematik, Fachhochschule Bielefeld, 2013
- [8] Large R: *Logistikfunktionen. Betriebswirtschaftliche Logistik*. Band 1, Oldenbourg Verlag, 2012
- [9] Littau I: *Entwicklung von effizienten Artikelreihenfolgestrategien zur Minimierung der maximalen unproduktiven Auftragsbearbeitungszeit bei einem Ware-zum-Mann-Kommissionierproblem*. Bachelorarbeit im Studiengang Angewandte Mathematik, Fachhochschule Bielefeld, 2014
- [10] Lye TF, Lask T: *KMT-Anwenderhandbuch mit Beispielrechnungen*. Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik der Fachhochschule Bielefeld, 2016

- [11] Lye TF: *Entwicklung eines Optimierungstools für eine Klasse von Ware-zum-Mensch-Kommissionierungsproblemen*. Masterarbeit im Studiengang Optimierung und Simulation, Fachhochschule Bielefeld, 2015
- [12] Martin H: *Transport- und Lagerlogistik. Planung, Struktur, Steuerung und Kosten von Systemen der Intralogistik*. 9. Auflage, Springer Vieweg, 2014
- [13] Matis V: *Entwicklung von Reihenfolgestrategien zur Bestimmung einer effizienten Anzahl von Stellplätzen bei einem Ware-zum-Mann-Kommissionierprozess*. Bachelorarbeit im Studiengang Angewandte Mathematik, Fachhochschule Bielefeld, 2012
- [14] Pulverich M, Schietinger J: *Handbuch Kommissionierung. Effizient picken und packen*. 1. Auflage, Verlag Heinrich Vogel, 2009
- [15] Schreiber A: *Entwicklung von effizienten Artikelreihenfolgestrategien zur Minimierung von unproduktiven Zeiten bei einem Ware-zum-Mann-Kommissionierproblem*. Bachelorarbeit im Studiengang Angewandte Mathematik, Fachhochschule Bielefeld, 2013
- [16] ten Hompel M, Sadowsky V, Beck M: *Kommissionierung. Materialflusssysteme 2 – Planung und Berechnung der Kommissionierung in der Logistik*. Reihe: Intralogistik, Springer-Verlag, 2011
- [17] Verein Deutscher Ingenieure (VDI): *VDI-Richtlinie 3590 Blatt 1 – Kommissioniersysteme – Grundlagen*. VDI-Handbuch Technische Logistik, Band 8, Beuth-Verlag, 1994
- [18] Weiz K: *Entwicklung von heuristischen Verfahren zur Bestimmung von effizienten Auftragsreihenfolgen bei einem Ware-zum-Mann-Kommissionierproblem mit begrenzter Anzahl von Kommissionierplätzen*. Bachelorarbeit im Studiengang Angewandte Mathematik, Fachhochschule Bielefeld, 2011

Kontaktdaten

Autoren

Thyra Felizitas Lye, M. Sc.

thyra.lye@gmx.de

Prof. Dr. rer. pol. Hermann-Josef Kruse

Fachhochschule Bielefeld

Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik

Interaktion 1

33619 Bielefeld

Telefon +49.521.106-7411

Telefax +49.521.106-7176

hermann-josef.kruse@fh-bielefeld.de

Raum D 229

Timo Lask, M. Sc.

Fachhochschule Bielefeld

Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik

Interaktion 1

33619 Bielefeld

Telefon +49.521.106-7403

timo.lask@fh-bielefeld.de

Raum A 504

FSP AMMO

Sprecherin

Prof. Dr. rer. nat. Svetozara Petrova

Fachhochschule Bielefeld

Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik

FSP Angewandte Mathematische Modellierung und Optimierung

Interaktion 1

33619 Bielefeld

Telefon +49.521.106-7410

Telefax +49.521.106-7190

svetozara.petrova@fh-bielefeld.de

Raum D 226

Stellv. Sprecherin

Dr. rer. nat. Sabrina Proß

Fachhochschule Bielefeld

Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik

FSP Angewandte Mathematische Modellierung und Optimierung

Schulstraße 10

33330 Gütersloh

Telefon +49.5241.21143-21 (70121)

sabrina.pross@fh-bielefeld.de

Raum 303

Veröffentlichungsreihe: AMMO – Berichte aus Forschung und Technologietransfer

Heft 6: T. Kleine-Döpke, H.-J. Kruse, *Lösungsansätze für Konfliktsituationen bei Feuerprozessen in kapazitierten Petri-Netzen*. Juni 2015.

Heft 5: H.-J. Kruse, *Optimumgraphen*. Oktober 2014.

Heft 4: S. Proß, *Diskrete Modellierung und Optimierung praxisrelevanter Prozesse mit Petri-Netzen*. September 2014.

Heft 3: R. Ueckerdt, H.-W. Schmidt, M. Weber, E. Mindlina, *Entwicklung einer Dispatcherfunktion zur Überprüfung von Nominierungsmengen in der Betriebsführung von Erdgasspeichern*. Juli 2014.

Heft 2: R. Walden und V.-M. Roemer, *Methoden der quantitativen rechnergestützten CTG-Analyse*. April 2014.

Heft 1: AMMO-Team, *Informationen über den Forschungs- und Entwicklungsschwerpunkt Angewandte Mathematische Modellierung und Optimierung*. Dezember 2013.

ISSN 2198-4824

Herausgeber:

Vorstand von FSP AMMO

Fachhochschule Bielefeld